Praktikumsprotokoll

Versuch Nr. 504
Thermische Elektronenemission

Frank Hommes
und
Kilian Klug

Durchgeführt am:
15 Juni 2004

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **3**

2 Theoretische Hintergründe **3**
2.1 Austrittsarbeit und Energieverteilung 3
2.2 Sättigungsstrom 4
2.3 Die Hochvakuum-Diode 5

3 Durchführung und Auswertung **8**
3.1 Kennlinienschar 8
3.1.1 Sättigungsstrom I_s 9
3.1.2 Abschätzung der Kathodentemperaturen 10
3.2 Bestimmung des Exponenten der Strom-Spannungs-Beziehung im Raumladungsgebiet 10
3.3 Bestimmung der Kathodentemperatur im Anlaufstromgebiet . . . 12
3.4 Berechnung der Austrittsarbeit 13

4 Anhang **14**

1 Einleitung

In diesem Versuch geht es um die Erzeugung freier Elektronen aus einer Metalloberfläche. Von besonderem Interesse ist dabei die Temperaturabhängigkeit, sowie die Bestimmung der Austrittsarbeit.

2 Theoretische Hintergründe

2.1 Austrittsarbeit und Energieverteilung

Für Experiment mit freien Elektronen eignet sich (nur) die Stoffgruppe der Metalle. Das Besondere an Metallen ist, dass im Gitterverband so gut wie alle Atome ionisiert sind, während die Elektronen sich nahezu frei im gemeinsamen Feld bzw. Potential der Ionen im Metall bewegen können; dies erklärt die sehr gute elektrische Leitfähigkeit. Der Potentialverlauf lässt sich (vereinfacht dargestellt) mit einem Potentialtopf-Modell beschreiben (siehe Abb.1). Um aus dem Metall

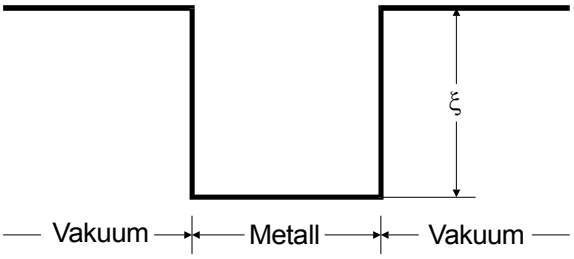


Abbildung 1: Potentialtopf-Modell eines Metalles (*)

austreten ,d.h. den Potentialwall (der Höhe ξ) überwinden zu können müssen die Elektronen also eine gewisse Energie besitzen. Die notwendige Energie bezeichnet man als Austrittsarbeit $e_0\xi$ (e_0=Elementarladung).

Nun ist es möglich, dass auch ohne äußere Anregung Elektronen spontan das Metall verlassen. Dies ist möglich, da die Elektronen als Teilchen mit halbzahligem Spin dem Pauli-Verbot unterliegen und deshalb auch bei T = 0 eine Energieverteilung besitzen. Diese Energieverteilung wird durch die sogenannte Fermi-Diracsche Verteilungsfunktion

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E-\zeta}{k_B T}\right) + 1} \tag{1}$$

beschrieben. Die maximale Energie der Elektronen hängt dabei von der Zahl n der Elektronen pro Volumeneinheit im Metall ab und heisst Fermische Grenzenergie. Für Elektronen hoher Energie kann (1) durch

$$f(E) = \exp\left(\frac{\zeta - E}{k_B T}\right) \tag{2}$$

genähert werden.

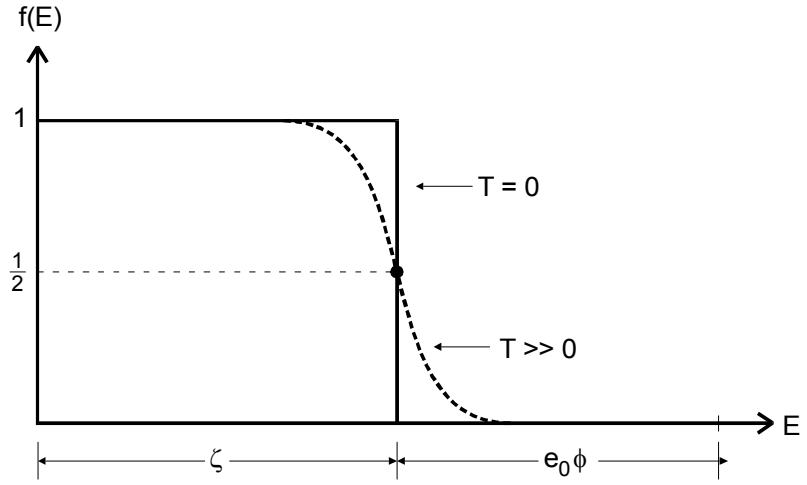


Abbildung 2: Der Verlauf der Fermi-Diracschen Verteilungsfunktion am absoluten Nullpunkt (durchgezogene Linie) und bei T $\gg$ 0 (gestrichelte Linie) (*)

2.2 Sättigungsstrom

Für die Zahl dα der Elektronen aus einem Volumenelement des Phasenraumes, die aus dem Metall gegen den Potentialwall anlaufen, findet man unter Berücksichtigung des Spins

$$d\alpha = \frac{2}{h^3} \exp\left(\frac{\zeta - E}{k_B T}\right) dp_x dp_y dE \quad . \tag{3}$$

Alle Elektronen, deren Geschwindigkeitskomponente senkrecht zur Metalloberfläche (bzw. deren ”Innenseite”) groß genug ist, damit

$$\frac{p_z^2}{2m_0} > \zeta + e_0\phi \tag{4}$$

gilt, können das Metall tatsächlich verlassen. Per Integration kommt man so schließlich zur sogenannten Richardson-Gleichung

$$j_s(T) = 4\pi \frac{e_0 m_0 k^2}{h^3} T^2 \exp\left(\frac{-e_0\phi}{k_B T}\right) \quad , \tag{5}$$

die den Strom der aus der Metalloberfläche austretenden Elektronen in Abhängigkeit von der Temperatur beschreibt. Das es hier nur eine Temperaturabhängigkeit und nicht etwa noch einen Zusammenhang mit z.B. einem anliegenden E-Feld gibt, spielt für das beim vorliegenden Experiment verwendete Gerät eine Rolle.

2.3 Die Hochvakuum-Diode

Der wesentliche Bestandteil des Experimentes ist die Hochvakuum-Diode (siehe Abb.3. Dieses Gerät besteht aus einer Kathode aus dem zu untersuchenden Me-

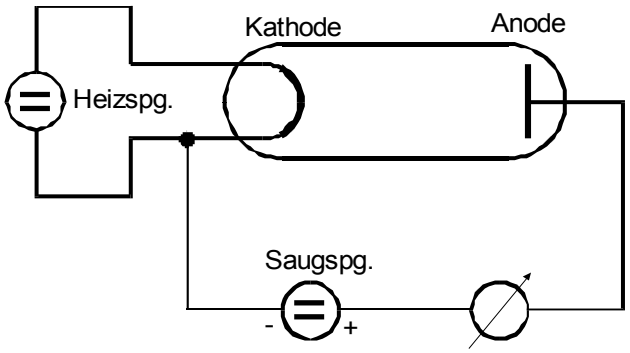


Abbildung 3: Grundsätzliche Beschaltung einer Hochvakuum-Diode (*)

tall (in unserem Fall Wolfram), die elektrische auf hohe Temperaturen gebracht werden kann. Gegenüber befindet sich eine Anode, wobei Kathode und Anode sich in einem evakuierten Glaskörper befinden. Das Vakuum ist hier wichtig, da austretende Elektronen ansonsten mit dem Füllmaterial (z.B. Gasatome) wechselwirken würden, was eine exakte Messung verhindern würde. Zudem kann so sichergestellt werden, dass Glühkathode nicht zerstört wird. Zwischen den beiden Elektroden kann ein regelbares elektrisches Feld aufgebaut werden, um die aus der Kathode emittierten Elektronen abzusaugen. Je nach Feldstärke unterscheidet man drei Gebiete, in denen unterschiedliche Effekte von Bedeutung sind. Diese sind in Abb.4 deutlich gekennzeichnet.

- Anlaufstromgebiet
  Auch ohne Anodenspannung kann bereits ein Strom gemessen werden. Dies

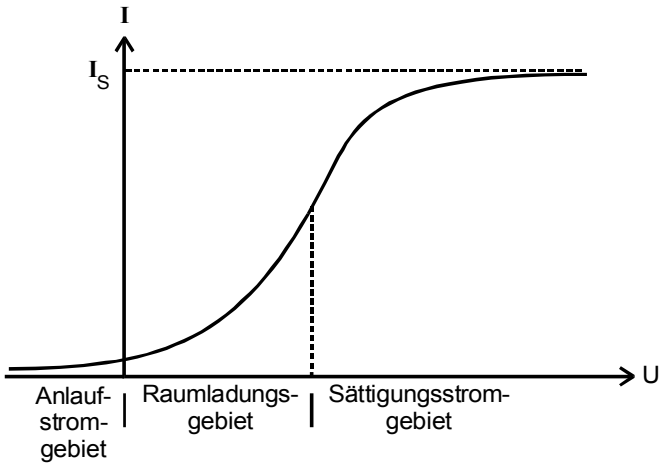


Abbildung 4: Kennlinie einer Hochvakuum-Diode (*)

ist mit der oben erwähnten Energieverteilung der Elektronen im Metall zu erklären, so dass es immer einige gibt, die das Metall verlassen und bis zur Anode gelangen können. Deren Energieüberschuss ist durch

$$\Delta E = E - (\zeta + e_0\phi) \tag{6}$$

gegeben. Mit (2) ergibt sich für die Anlaufstromstärke eine Abhängigkeit vom äußeren Potential von

$$j(V) = j_0 \exp\left(-\frac{e_0\phi_A + e_0V}{k_BT}\right) = \text{const.} \cdot \exp\left(-\frac{e_0V}{k_BT}\right) \quad . \tag{7}$$

(ϕ_A=Austrittsarbeit)
Mit steigendem Potential steigt also auch der Strom an.

- Raumladungsgebiet
  Mit weiter zunehmender Feldstärke beeinflusst die Raumladungsdichte ρ die Feldstärke. Aus der Kontinuitätsgleichung folgt, dass ρ eine Funktion des Ortes ist, da die Elektronen eine beschleunigte Bewegung ausführen. Die Elektronen im Bereich zwischen den Elektroden bilden also eine Raumladung, die das elektrische Feld teilweise abschirmt. Der Diodenstrom ist somit kleiner, als (5) vermuten lässt.

  Ausgehend von der Poissonschen Gleichung unter der Vereinfachung, dass die Elektroden unendlich ausgedehnt und eben sind, kommt man durch Anwendung des Energiesatzes und anschließender Integration über den Ort zu

einem $\sqrt[4]{V^3(x)}$-Gesetz für das Potential:

$$\sqrt[4]{V^3(x)} = \frac{3}{4}\sqrt{\frac{4j}{\varepsilon_0\sqrt{2e_0/m_0}}} \qquad (V(0)=0) \tag{8}$$

Aus dem Potential ergibt sich für die Feldstärke ein Verlauf von $\propto x^{\frac{1}{3}}$ an der Anode bis hin zum Wert $\frac{4}{3}\frac{V(a)}{a}$. Die Raumladungsdichte ρ verläuft $\propto x^{-\frac{2}{3}}$. Übersichtlicher sind die Zusammenhänge in Abb.5 zu erkennen.

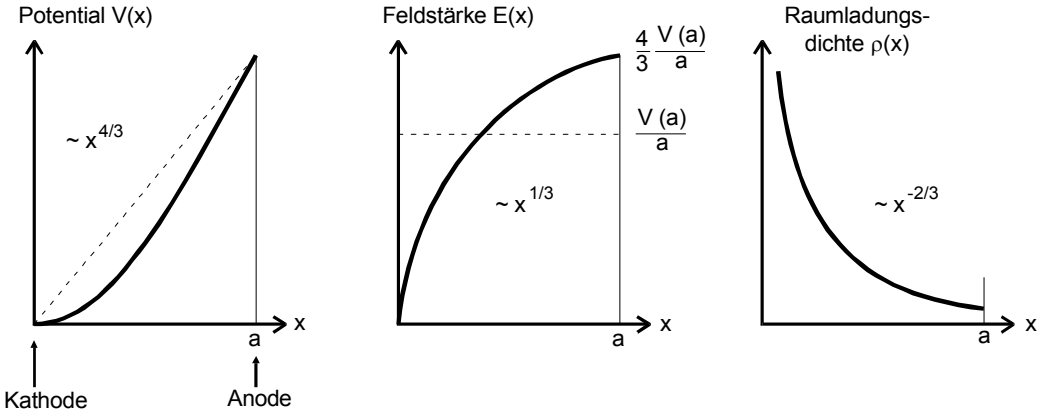


Abbildung 5: Ortsabhängigkeit des Potentials V, der Feldstärke E und der Raumladungsdichte ρ im Raumladungsgebiet einer Hochvakuum-Diode (gestrichelte Linie = Raumladungsfreier Fall) (*)

Aus (8) folgt für die Stromdichte

$$j = \frac{4}{9}\varepsilon_0\sqrt{2e_0/m_0}\frac{V^{\frac{3}{2}}}{a^2} \quad . \tag{9}$$

Diese Beziehung bezeichnet man als Langmuir-Schottkysches Raumladungsgesetz, dessen Gültigkeitsbereich das Raumladungsgebiet kennzeichnet. Zu bemerken ist hier, dass das ohmsche Gesetz (j $\propto$ V) nicht gültig ist.

- Sättigungsstromgebiet
  Ab einer gewissen Feldstärke werden nun alle emittierten Elektroden abgesaugt und tragen zum Diodenstrom bei. Ist dieser Fall eingetreten wird der Diodenstrom unabhängig vom Potential, d.h. eine weiter Erhöhung der elektrischen Feldstärke bewirkt keine Steigerung des Stromes. Dies ist damit zu

erklären, dass die Richardson-Gleichung (5), die ja den Strom beschreibt, nur von der Temperatur abhängt. Der Anodenstrom strebt also bei gegebener Temperatur gegen einen Grenzwert, den man Sättigungswert nennt.

(*) Alle Abbildungen sind dem Script zu Versuch 504 von S.Finke entnommen.

3 Durchführung und Auswertung

Das Experiment wird an der Apparatur mit Diode 2 durchgeführt.

3.1 Kennlinienschar

Zunächst sollen fünf Kennlinien bei jeweils verschiedenen Temperaturen aufgenommen werden. Dazu wird eine Apparatur wie in Abb.6 dargestellt, verwendet.

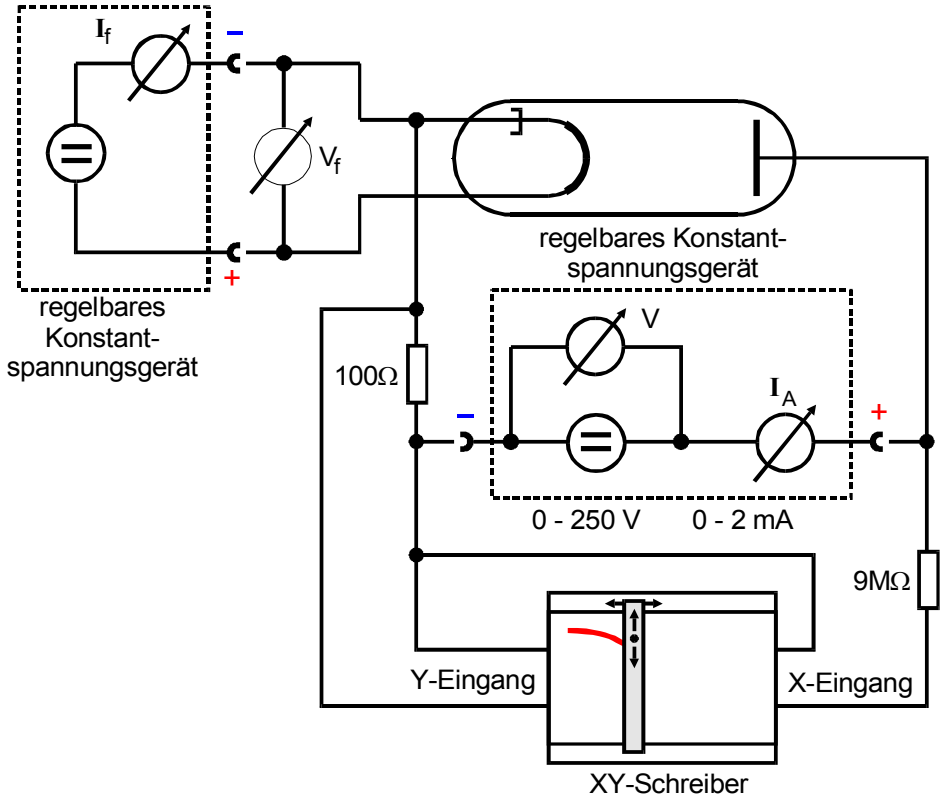


Abbildung 6: Schaltung zur Aufnahme von Diodenkennlinien (*)

Der Heizstrom und die zugehörige Spannung wurden am entsprechenden Konstantspannungsgerät (bzw. einem zusätzlichen Voltmeter) abgelesen.

Der Eichfaktor der Achsen wurde per Ausgleichsrechnung ermittelt. Die verwendeten Daten sind in Tab. 1 zu finden und die Graphen sind im Anhang (8 - 11). Damit ergibt sich der Eichfaktor der X-Achse zu $((1,03 \pm 0,01)x - 0,35 \pm 0,74)[\frac{1}{\text{mm}}]$ und der Y-Achse zu $(((1,00 \cdot 10^{-2} \pm 0,01 \cdot 10^{-2})x - 2,41 \cdot 10^{-2} \pm 7,19 \cdot 10^{-2}))[\frac{1}{\text{mm}}]$.

Strom [V]	Abstand [mm]	Strom [nA]	Abstand [mm]
0	0	0	0
50	50	0,48	48
75	73	0,819	82,5
100	97	1,147	114,5
175	168,5	1,59	160
250	243,5	1,71	169,5

Tabelle 1: Eichung der Achsen der Kennlinienschar

Die vom XY-Schreiber aufgezeichneten Kurven sind im Anhang zu finden.

3.1.1 Sättigungsstrom I_s

Um aus den Kennlinien den Sättigungsstrom zu bestimmen, lesen wir den Wert auf der y-Achse an einer Stelle ab, wo der möglichst maximal ist und konstant verläuft. Da jedoch auch am rechten Ende der Kurven noch eine Steigung zu sehen ist, kann man davon ausgehen, dass die erhaltenen Werte (siehe Tab.2) nicht sehr genau sind. Die Fehler wurden nach Gauß'er Fehlerfortpflanzung berechnet.

Kennlinie #	Heizstrom [A]	Heizspannung [V]	Sättigungsstrom [mA]
1	2,8	5,05	$1,677 \pm 0,073$
2	2,7	4,75	$0,911 \pm 0,072$
3	2,6	4,45	$0,501 \pm 0,072$
4	2,5	4,15	$0,246 \pm 0,072$
5	2,4	3,90	$0,121 \pm 0,072$

Tabelle 2: zur Kennlinienschar

3.1.2 Abschätzung der Kathodentemperaturen

Um die Kathodentemperatur zu den jeweiligen Heizströmen zu erhalten, betrachtet man die Leistungsbilanz. Die zugeführte Leistung beträgt

$$N_{zu} = V_f \cdot I_f \quad . \tag{10}$$

Die Strahlungsleistung ergibt sich nach dem Stefan-Boltzmannschen Gesetz

$$N_{WL} = f\eta\sigma T^4 \tag{11}$$

mit $N_{WL} = 0,95W$ die Wärmeleitung ist, $f = 0,35cm^2$ die emittierende Kathodenoberfläche und $\eta = 0,28$ der Emissionsgrad der Oberfläche. Aus dem Energiesatz folgt nun

$$N_{zu} = N_{Str} + N_{WL}$$

oder

$$I_f U_f = f\eta\sigma T^4 + N_{WL} \tag{12}$$

bzw

$$\frac{I_f U_f - N_{WL}}{f\eta\sigma} = T^4 \quad . \tag{13}$$

Damit ergeben sich die in Tab.3 dargestellten Werte.

Kennlinie #	I_f [A]	U_f [V]	T [K]
1	2,8	5,05	2204
2	2,7	4,75	2147
3	2,6	4,45	2088
4	2,5	4,15	2027
5	2,4	3,90	1970

Tabelle 3: Kathodentemperaturen der einzelnen Kennlinien

3.2 Bestimmung des Exponenten der Strom-Spannungs-Beziehung im Raumladungsgebiet

Für diesen Versuchsteil wird der maximal mögliche Heizstrom von 3,1 A verwendet. Aus der aufgenommenem Kurve (siehe Anhang), die im Wesentlichen den Gültigkeitsbereich des Langmuir-Schottkyschen Raumladungsgesetzes umfasst, lesen wir einige Wertepaare (tab. 4) ab, um den gesuchten Exponenten $V^{\frac{3}{2}}$ per Ausgleichsrechnung zu bestimmen. Davor haben wir wieder

X-Achse [mm]	Y-Achse [mm]	U [V]	I [mA]	ln(U)	ln(I)
80	33,5	41,33 ±0,56	0,367 ±0,002	3,747 ±0,013	-0,998 ±0,005
90	40,0	46,63 ±0,60	0,438 ±0,002	3,865 ±0,013	-0,821 ±0,005
100	47,5	51,93 ±0,65	0,521 ±0,002	3,970 ±0,013	-0,649 ±0,004
110	55,0	57,23 ±0,70	0,603 ±0,002	4,066 ±0,012	-0,503 ±0,003
120	62,0	62,53 ±0,75	0,680 ±0,002	4,153 ±0,012	-0,383 ±0,003
130	70,0	67,83 ±0,80	0,768 ±0,002	4,233 ±0,012	-0,261 ±0,003
140	78,0	73,13 ±0,85	0,856 ±0,002	4,307 ±0,012	-0,153 ±0,002
150	87,0	78,43 ±0,91	0,955 ±0,002	4,376 ±0,012	-0,044 ±0,002
160	96,0	83,73 ±0,96	1,054 ±0,002	4,440 ±0,011	0,054 ±0,002
170	105,0	89,03 ±1,01	1,153 ±0,002	4,501 ±0,011	0,144 ±0,002
180	115,0	94,33 ±1,07	1,263 ±0,002	4,558 ±0,011	0,235 ±0,002
190	125,0	99,63 ±1,12	1,373 ±0,002	4,612 ±0,011	0,318 ±0,001
200	134,0	104,93 ±1,18	1,472 ±0,002	4,663 ±0,011	0,388 ±0,001

Tabelle 4: Wertepaare zur Exponentenermittlung

die Achsen, mit den Werten aus Tab. 5 geeicht und erhalten die Eichfaktoren $((0,530 \pm 0,003)x - 1,067 \pm 0,321)[\frac{1}{\text{mm}}]$ für die X-Achse und $((0,011 \pm 0,000)x - 0,002 \pm 0,002)[\frac{1}{\text{mm}}]$ für die Y-Achse.

Wir erhalten den Exponenten aus dem Diagramm 14 zu $1,511(\pm 0,002)$.

Spannung [V]	Abstand [mm]	Strom [mA]	Abstand [mm]
0	0	0	0
10	21	0,5	44
20	40	1	88
30	59	1,6	140
40	78,5	2	175
50	98		
75	143,5		
100	191		
125	237		

Tabelle 5: Eichung der Achsen

3.3 Bestimmung der Kathodentemperatur im Anlaufstromgebiet

Hier kommt eine Apparatur gemäß Abb.7 zum Einsatz. Es wird kein XY-Schreiber verwendet, sondern wir lesen einige Wertepaare an den entsprechenden Geräten ab. Eine graphische Darstellung der Messpunkte findet sich im Anhang in Abb.12. Zusätzlich haben wir zur Bestimmung der Temperatur ein halblogarithmisches Diagramm erstellt, bei dem man über eine lineare Ausgleichsrechnung den Exponenten von $\exp(\frac{-e_0}{k \cdot T})$ bestimmt (Abb. 13). Da die zu messenden Ströme sehr klein sind (im Nanoampere-Bereich) werden möglichst kurze Kabel verwendet und die Stecker solange gedreht bis ein stabiles Ergebniss erreicht wird, so dass Störeinflüsse nicht zu starken Einfluss haben.

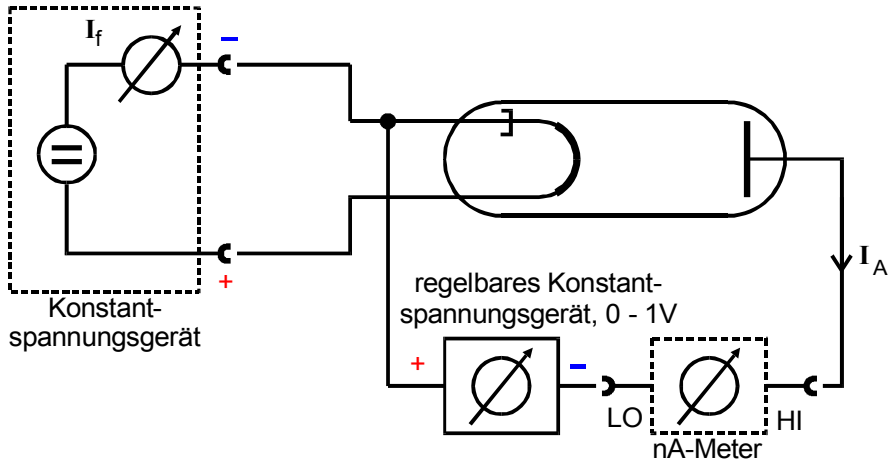


Abbildung 7: Schaltung zur Aufnahme einer Anlaufstromkurve (*)

Vor Beginn der Ausgleichsrechnung zur Bestimmung von T muss die vom Voltmeter im Konstant-Spannungsgerät angezeigte Spannung korrigiert werden, da auch am Innenwiderstand des Amperemeters Spannung abfällt. Damit gilt

$$U_{korr} = U_{exp} + IR_{Innen}, \tag{14}$$

wobei der Innenwiederstand des Amperemeters 1 MΩ beträgt. Die Werte befinden sich in Tab. 6.

Die Steigung der Ausgleichsgeraden ergibt sich zu $(5,01 \pm 0,06)\frac{1}{V}$ Es ergibt sich somit eine Kathodentemperatur von 2317 (±28) K.

U [V]	I[nA]	$U_{korr}[V]$	ln(I)
0,00	315,00	0,315	-14,97
0,04	290,00	0,330	-15,05
0,06	285,00	0,345	-15,07
0,08	275,00	0,355	-15,11
0,10	260,00	0,360	-15,16
0,12	250,00	0,370	-15,20
0,14	240,00	0,380	-15,24
0,16	238,00	0,398	-15,25
0,18	229,00	0,409	-15,29
0,20	210,00	0,410	-15,38
0,22	200,00	0,420	-15,42
0,24	190,00	0,430	-15,48
0,28	165,00	0,445	-15,62
0,32	155,00	0,475	-15,68
0,36	137,50	0,498	-15,80
0,40	125,00	0,525	-15,89
0,46	102,50	0,563	-16,09
0,54	80,00	0,620	-16,34
0,62	60,00	0,680	-16,63
0,70	40,00	0,740	-17,03
0,80	24,50	0,825	-17,52
0,90	16,00	0,916	-17,95
0,96	12,00	0,972	-18,24

Tabelle 6: Korrigierte Spannungswerte

3.4 Berechnung der Austrittsarbeit

Um die Austrittsarbeit $e_0\phi$ in eV des verwendeten Materials Wolfram zu erhalten, wird Gleichng (5) nach ϕ umgeformt:

$$e_0\phi = -k_B T \ln\left(\frac{j_s(T)\cdot h^3}{4\pi e_0 m_o k^2}\right) \tag{15}$$

Hier werden nun die zuvor erhaltenen I_s-und T Wertepaare eingesetzt. Es ergeben sich die in Tab.7 aufgeführten Ergebnisse.

Der Mittelwert für die Austrittsarbeit beträgt (3,702 $\pm$ 0,223) eV. Da der Literaturwert 4,5 eV beträgt, weicht unser gemessener Wert um 17,7% ab.

Kennlinie ♯	I_S	Temperatur [K]	ϕ
1	1,677 $\pm$ 0,073	2204	3,675 $\pm$ 0,005
2	0,911 $\pm$ 0,072	2147	3,693 $\pm$ 0,016
3	0,501 $\pm$ 0,072	2088	3,99 $\pm$ 0,052
4	0,246 $\pm$ 0,072	2027	3,715 $\pm$ 0,208
5	0,121 $\pm$ 0,072	1970	3,731 $\pm$ 0,835

Tabelle 7: zur Austrittsarbeit

4 Anhang

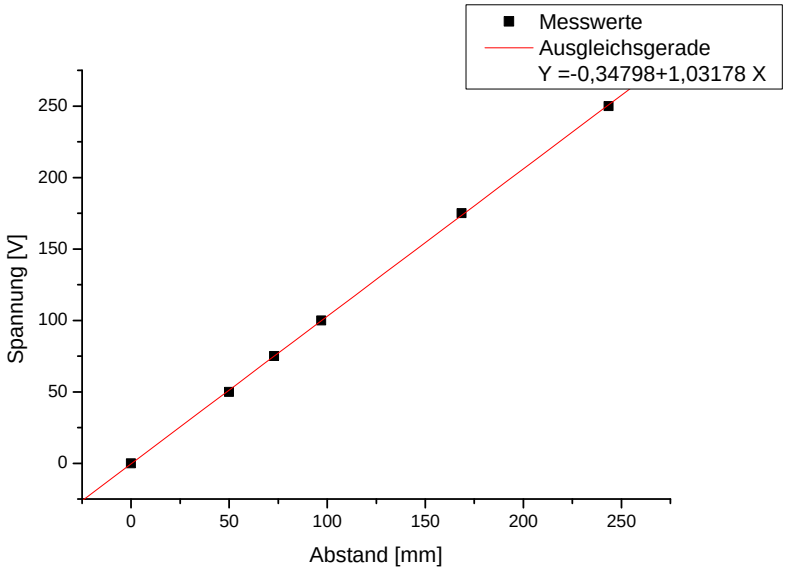


Abbildung 8: X-Achsen Eichung der Kennlinie

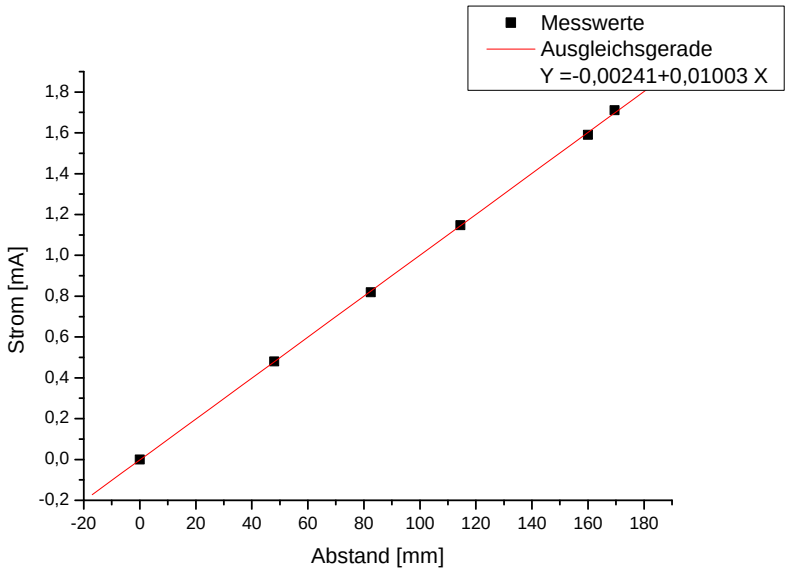


Abbildung 9: Y-Achsen Eichung der Kennlinie

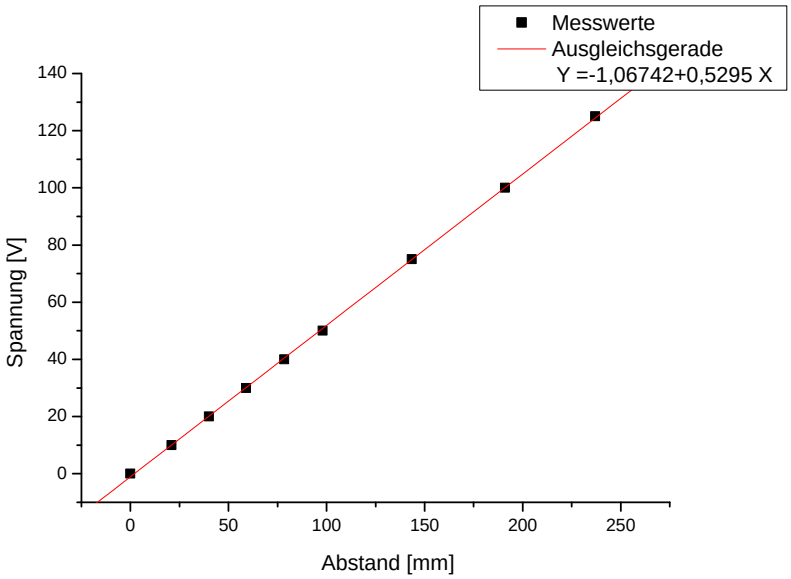


Abbildung 10: X-Achsen Eichung im Raumladungsbereich

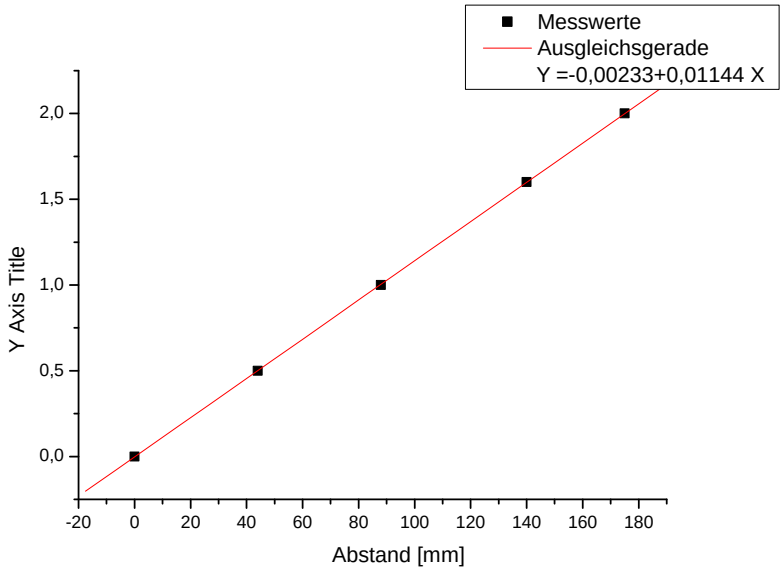


Abbildung 11: Y-Achsen Eichung im Raumladungsbereich

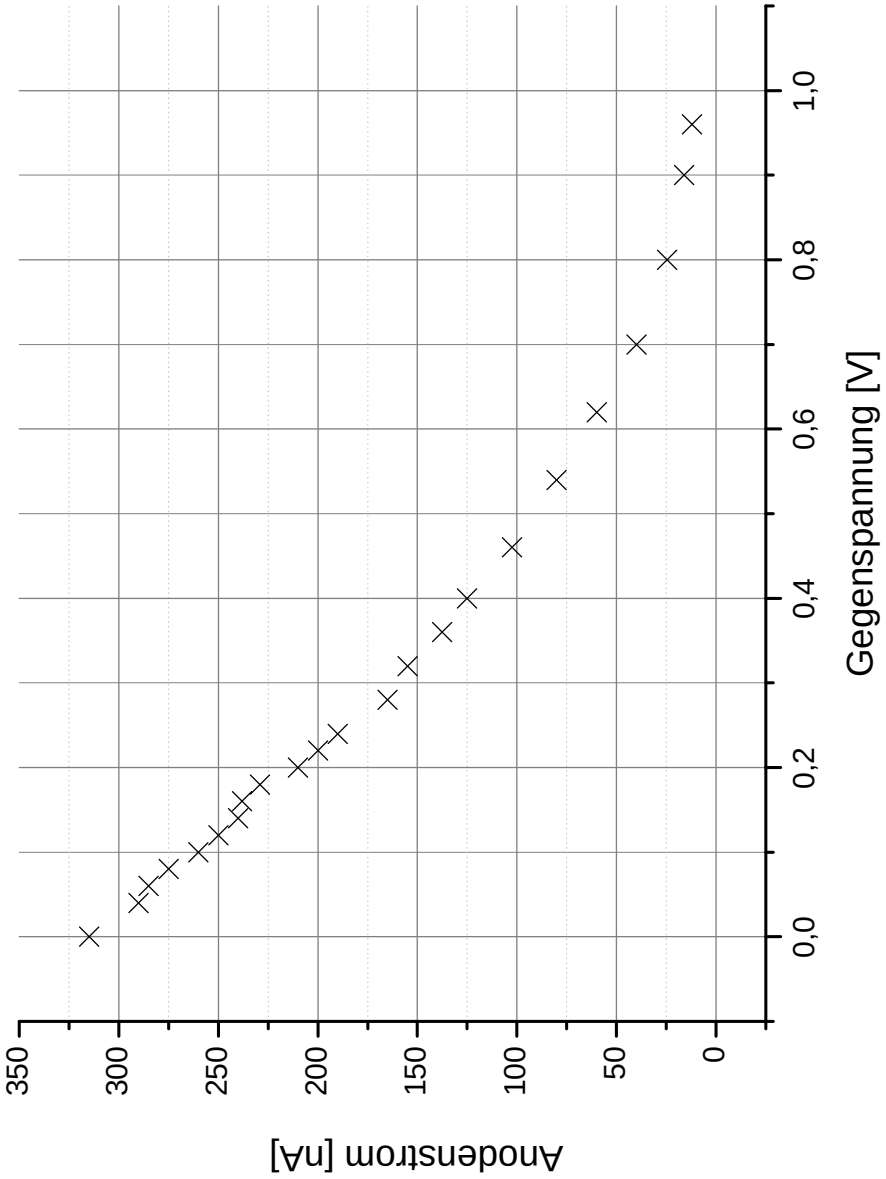


Abbildung 12: Anlaufstromkurve, Messpunkte

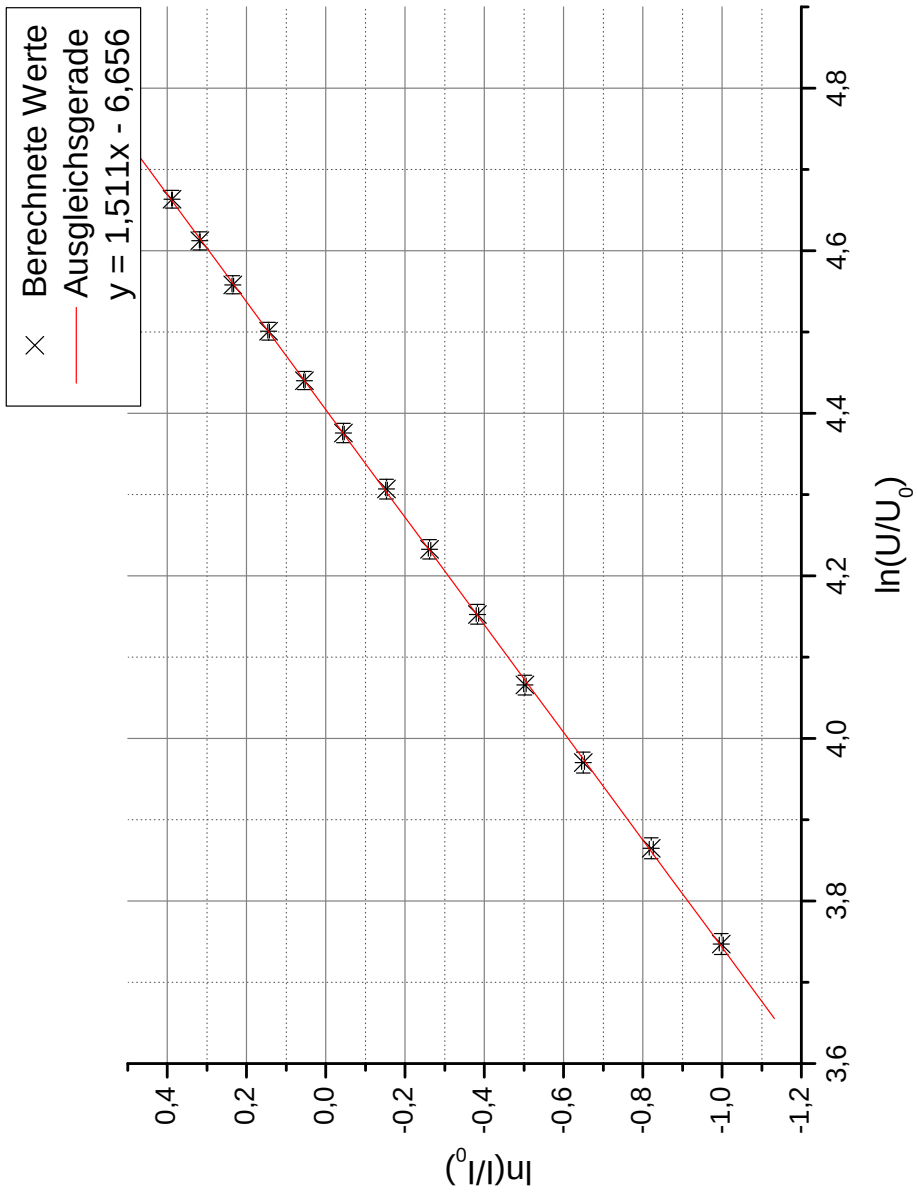


Abbildung 13: Diagramm zur Bestimmung der Kathodentemperatur im Anlaufstromgebiet

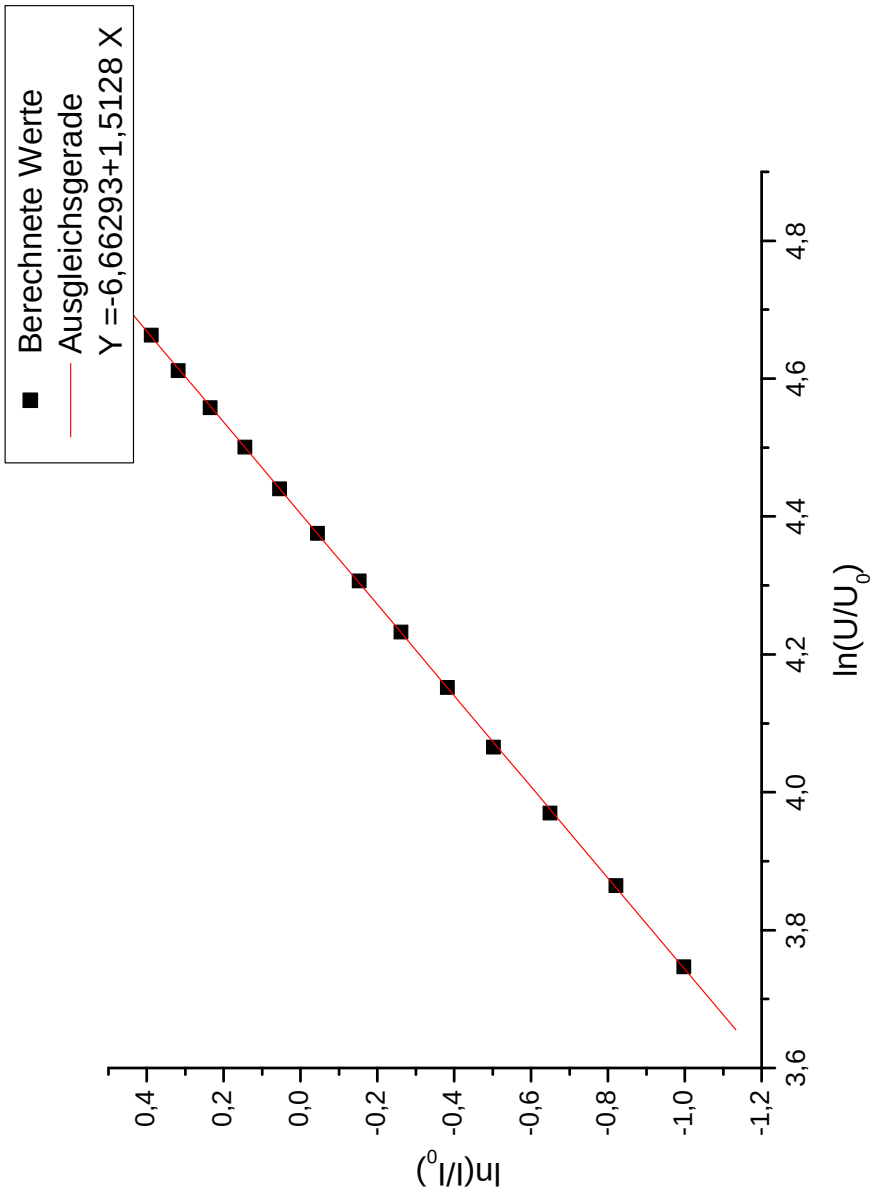


Abbildung 14: Diagramm zur Bestimmung des Exponenten von v