Praktikumsprotokoll

Versuch Nr. 301
Leerlaufspannung und Innenwiderstand von Spannungsquellen

Frank Hommes
und
Kilian Klug

Durchgeführt am:
2 Dezember 2003

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **3**

2 Theoretische Hintergründe **3**

3 Durchführung und Auswertung **4**
3.1 Monozelle 4
3.2 RC-Generator 6
3.3 Systematischer Fehler 7

4 Anhang **8**

1 Einleitung

Das Ziel dieses Versuches mit dem Namen ”Leerlaufspannung und Innenwiderstand von Spannungsquellen” ist es, unterschiedliche Spannungsquellen auszumessen und verschiedene Eigenschaften von Spannungen zu errechnen bzw. zu messen.

2 Theoretische Hintergründe

Bei der Betrachtung von elektrischen Schaltungen werden oft zur Vereinfachung nicht die realen Bauelemente betrachtet sondern Idealisierungen. Diesen idealen Bauelementen sind genau bekannte Eigenschaften zugeordnet, wodurch es ermöglicht wird, Ersatzschaltbilder zu entwerfen, welche die gleichen Eigenschaften wie das reale System besitzen.

In diesem Sinne ist eine ideale Spannungsquelle in der Lage eine von äußeren Einflüssen unabhängige Spannung U_0 bei einem Innenwiderstand von null zu liefern. Wird der Quelle keine Leistung entnommen, d.h. es fließt kein Strom, so wird die anliegende Spannung U_0 als Leerlaufspannung bezeichnet. Für das Ersatzschaltbild einer realen Spannungsquelle wird zusätzlich ein Innenwiderstand R_i verwendet. Durch diesen ist es möglich zu beschreiben, wie die Leerlaufspannung absinkt, wenn über einen angeschlossenen äußeren Lastwiderstand R_a ein Strom fließt und es gilt:

$$\sum U_{0_n} = \sum R_m I_m$$

Dies ist das zweite Kirchhoffsche Gesetz (Maschenregel) welches besagt, dass die Summe der Leerlaufspannungen gleich der Summe der Spannungsabfälle an den Widerständen innerhalb einer Masche ist. Mit einem schematischen Aufbau nach Abb. 1 ergibt sich

$$U_k = I \cdot R_a = U_0 - I \cdot R_i$$

mit U_k als sogenannte Klemmspannung.

Das Vorhandensein eines Innenwiderstandes R_i in jeder Spannungsquelle hat als weitere Konsequenz, dass die nutzbare elektrische Leistung begrenzt ist. Nach $N = I^2 \cdot R_a$ zeigt sich, dass die abgreifbare Leistung als Funktion des Belastungswiderstandes nicht linear ist, sondern ein Maximum besitzt. Bei passend gewähltem R_a spricht man von Leistungsanpassung, d.h. R_a ist an R_i angepasst und die Leistung N ist maximal. Ist R_a viel größer als R_i fließt auch kein Strom mehr.

Für die meisten Berechnungen wird hier das Ohmsche Gesetz $U = R \cdot I$ zugrundegelegt. Es gibt jedoch auch Situationen, in denen Eigenschaften der Bauelemente eines Stromkreises von Rückkopplungserscheinungen bestimmt werden. In diesen Fällen wird der Innenwiderstand als differentielle Größe betrachtet nach $R_i = dU_k/dI$.

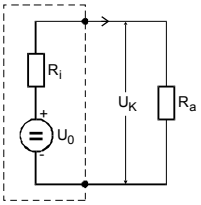


Abbildung 1: Ersatzschaltbild einer realen Spannungsquelle mit Lastwiderstand R_a

3 Durchführung und Auswertung

Der Versuch wurde an der linken Apparatur, mit dem Gerät Nr. 1, durchgeführt. Die Fehlerangaben beruhen im Wesentlichen entweder auf der softwarebasierten Ausgleichsrechnung welche mit folgender Formel berechnet wurden:

$$S_{A_{opt}} = \sqrt{\frac{1}{n-2}\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - (A+Bx_i)\right)^2} \tag{1}$$

oder einer Kombination aus angenommenen Ablesefehlern (S_A) sowie absoluten Messgeräteungenauigkeiten (S_M), welche man nach folgender Fehlerformel addiert:

$$S_{ges} = \sqrt{S_A^2 + S_M^2} \tag{2}$$

3.1 Monozelle

Als erste Spannungsquelle wurde eine Monozelle vermessen. Mit einem Voltmeter wurden 1,45 $(\pm 0,01)$V Gleichspannung gemessen. In diesem Bereich besitzt das Messgerät einen Eingangswiderstand $R_v \approx 10M\Omega$.

Für eine Messreihe über die Klemmenspannung U_k in Abhängigkeit vom Belastungsstrom I diente ein Aufbau wie in Abb. 2 dargestellt. Der Widerstand sollte von 0 bis 50Ω variiert werden. Aufgrund von fehlenden Skalenmarkierungen konnten die jeweils eingestellten Werte nicht abgelesen werden. Deshalb wurden 20 äquidistante Messpunkte gewählt. Mittels dem aus dieser Messreihe erstellten Graphen (siehe Abb. 4) können U_0 und R_i bestimmt werden. U_0 entspricht dem y-Achsenabschnitt, d.h. der Wert der Spannung bei $I = 0$; R_i ist durch die Steigung der Ausgleichsgeraden gegeben. Aus unseren Messwerten ergeben sich

$$U_0 = 1,32(\pm 0,02)V$$

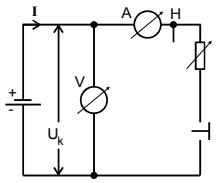


Abbildung 2: Messschaltung zu Bestimmung von U_0 und R_i

und

$$R_i = 6,53(\pm 0,22)\Omega.$$

Baut man in der Schaltung nach Abb. 2 das Voltmeter hinter dem Amperemeter ein, so wird als systematischer Fehler der Innenwiderstand des Amperemeters zu demjenigen der Spannungsquelle addiert.

Nun soll noch einmal U_k in Abhängigkeit von I gemessen werden, jedoch mit einer veränderten Schaltung - siehe Abb. 3. Hier wird durch Einbringen einer

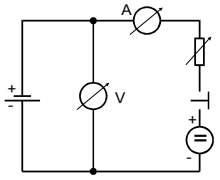


Abbildung 3: Messschaltung zu Bestimmung von U_0 und R_i mit Gegenspannung

Gegenspannung, die im Vergleich zu U_0 etwa 2 V größer sein sollte (hier: 3,6 V) ein Stromfluss in entgegengesetzter Richtung bewirkt. Für die Klemmspannung gilt nun die Beziehung

$$U_k = U_0 + I \cdot R_i.$$

Aufgetragen sind die Messwerte in Abb. 5 im Anhang. Der dritte Messwert (bei $I_{bel} = 0,15A$ und $U_k = 2,81V$) fiel stark aus dem Rahmen, weshalb er weggelassen wurde - der Wert für R_i verbesserte sich dadurch von 7,42Ω auf 6,97Ω. In diesem Fall ist

$$U_0 = 1,36(\pm 0,02)V$$

und

$$R_i = 6,97(\pm 0,24)\Omega.$$

Allerdings ist auch bei anderen Messwerten eine relativ starke Streuung zu beobachten, was evtl. auf eine nicht sorgfältig genug durchgeführte Messung zurückzuführen sein könnte.

Aus den Messdaten für U_k und I soll nun die im Belastungswiderstand umgesetzte Leistung berechnet werden.

$$N = I^2 \cdot \frac{U_k}{I}$$

Aufgetragen wird die Leistung gegen den Belastungswiderstand $R_a = U_k/I$ (siehe Anhang Abb. **??**).
Um die Messung beurteilen zu können ist zusätzlich eine errechnete Kurve in das Diagramm eingetragen, die man folgendermaßen erhält:

$$W = \frac{U_0^2 \cdot R_a}{(R_i + R_a)^2}.$$

Für U_0 und R_a werden die Werte aus den vorherigen Messungen benutzt.

Die zu beobachtenden Abweichungen zwischen den beiden Wertemengen liegen innerhalb eines durch Messungenauigkeiten zu erwartenden Bereiches.

3.2 RC-Generator

Als Spannungsquelle wird im Folgenden nicht mehr die Gleichspannungsbatterie genutzt, sondern ein Wechselstromgenerator. Diesem kann entweder ein rechteck- oder ein sinusförmiges Signal mit jeweils 1 V liefern. Die entsprechenden Diagramme mit U_k gegen I sind im Anhang zu finden (Abb. 6 und 7). In der Schaltung mit dem Rechtecksignal wird der Belastungsdwiderstand R_a von 20 bis 250Ω variiert, beim Sinussignal läuft R_a von 0,1 kΩ bis 5,5 kΩ. Um mögliche Störungen oder Überlagerungen mit dem 50 Hz Netzsignal (bzw. dessen Oberschwingungen mit einem Vielfachen von 50 Hz als Frequenz) zu vermeiden wird für beide Messreihen eine Frequenz von 780 Hz am Generator eingestellt.

Die wieder an der Ausgleichgeraden ablesbaren Werte für U_0 und R_i sind:
für das Rechtecksignal:

$$U_0 = 0,570(\pm 0,002)V$$
$$R_i = 55,3(\pm 0,6)\Omega$$

für das Sinussignal:

$$U_0 = 1,510(\pm 0,008)V$$
$$R_i = 609,4(\pm 8,1)\Omega$$

3.3 Systematischer Fehler

Bei der unmittelbaren U_0-Messung macht man zwangsläufig einen systematischen Fehler. Dieser resultiert daraus, dass der Innenwiderstand des Messgerätes als unendlich angenommen wird, jedoch tatsächlich einen endlichen Wert besitzt (R_a =10MΩ). Der systematische Fehler ist jedoch aufgrund der Hochohmigkeit des Messgerätes nur sehr klein. Er errechnet sich nach:

$$U_0 = U_K \left(1 + \frac{R_I}{R_A}\right). \tag{3}$$

Mit $R_i = 6,53\Omega$ und dem gemessenen Wert $U_k = 1,45$ V erhält man für U_k eine Abweichung von $9,4685 \cdot 10^{-7}$, was einem Fehler von $6,53 \cdot 10^{-5}$ Prozent entspricht.

4 Anhang

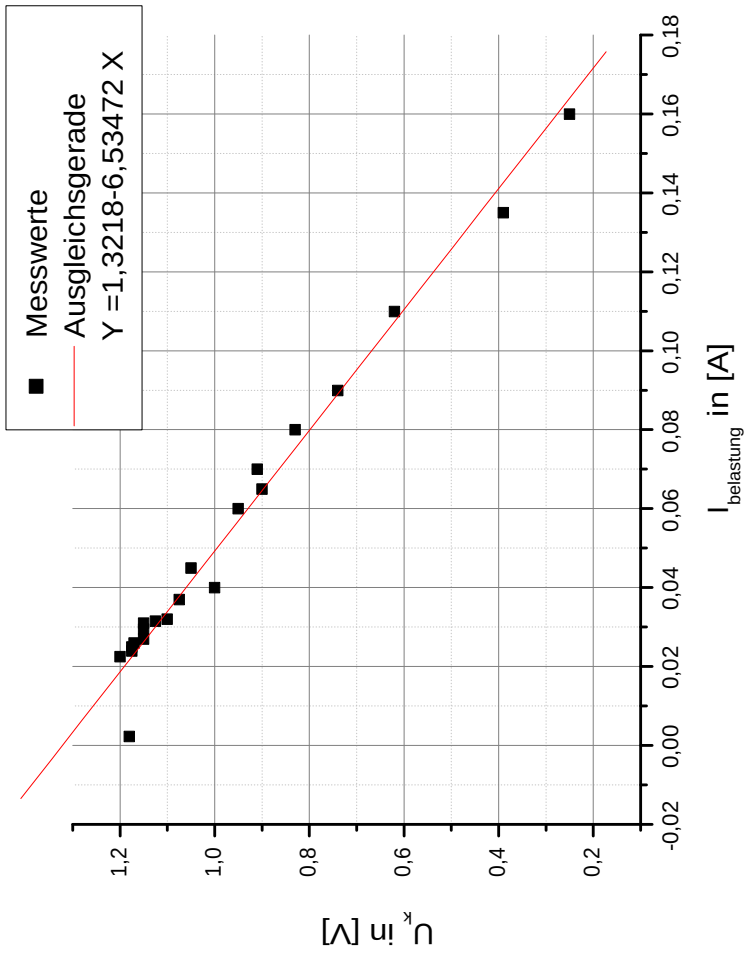


Abbildung 4: Klemmspannung in Abhängigkeit vom Belastungsstrom (Monozelle)

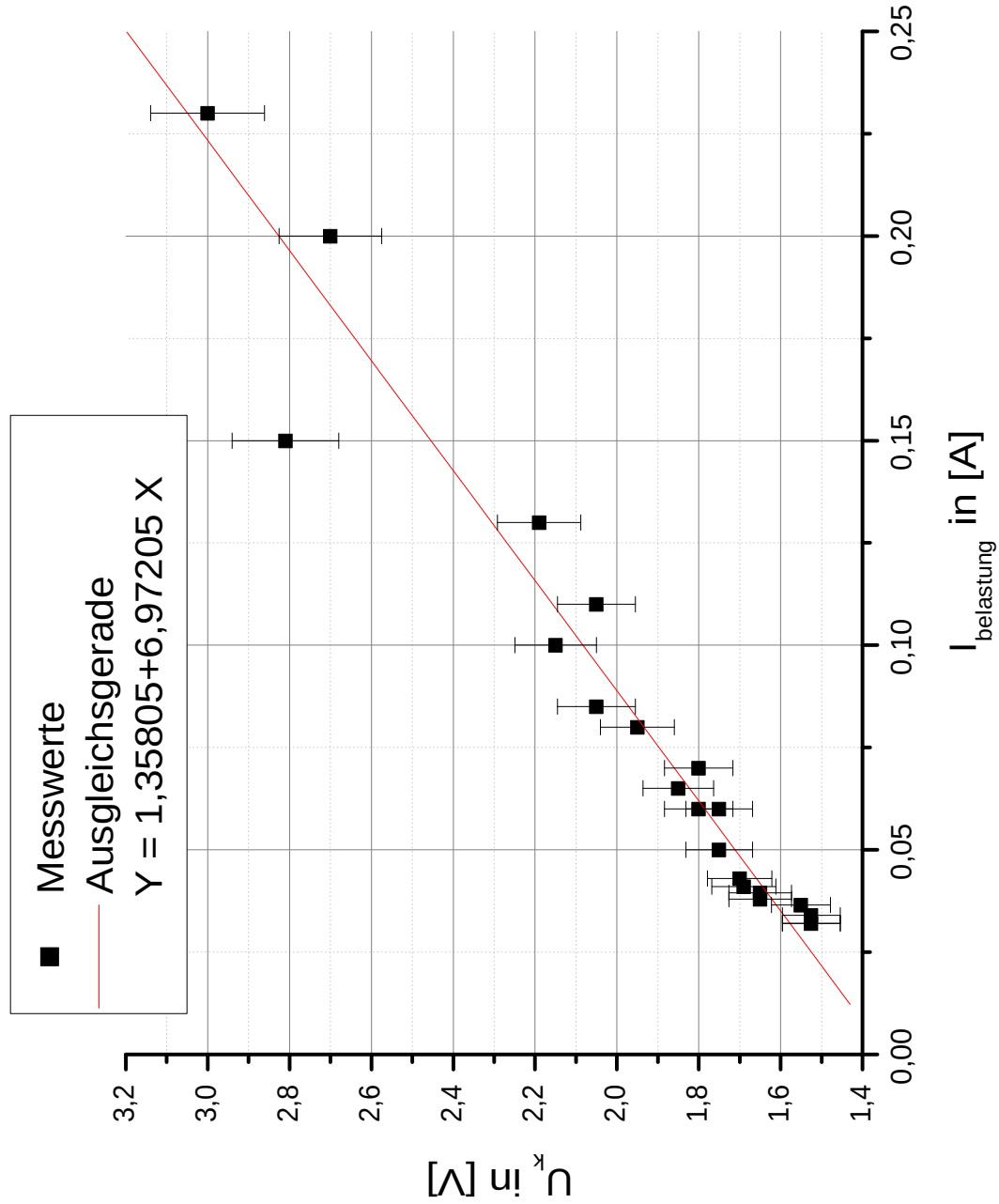


Abbildung 5: Klemmspannung in Abhängigkeit vom Belastungsstrom (Monozelle mit Gegenspannung)

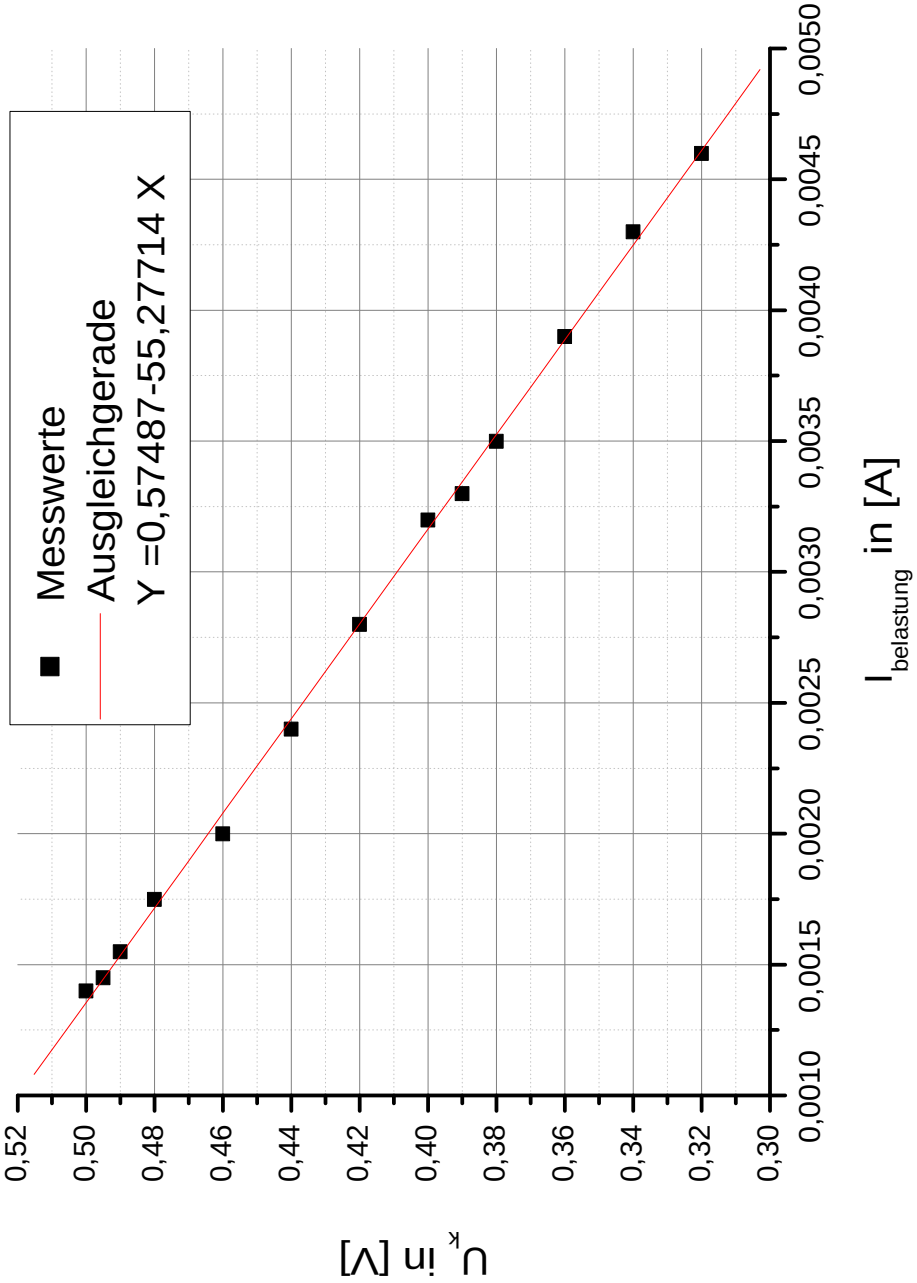


Abbildung 6: Klemmspannung in Abhängigkeit vom Belastungsstrom (Rechtecksignal)

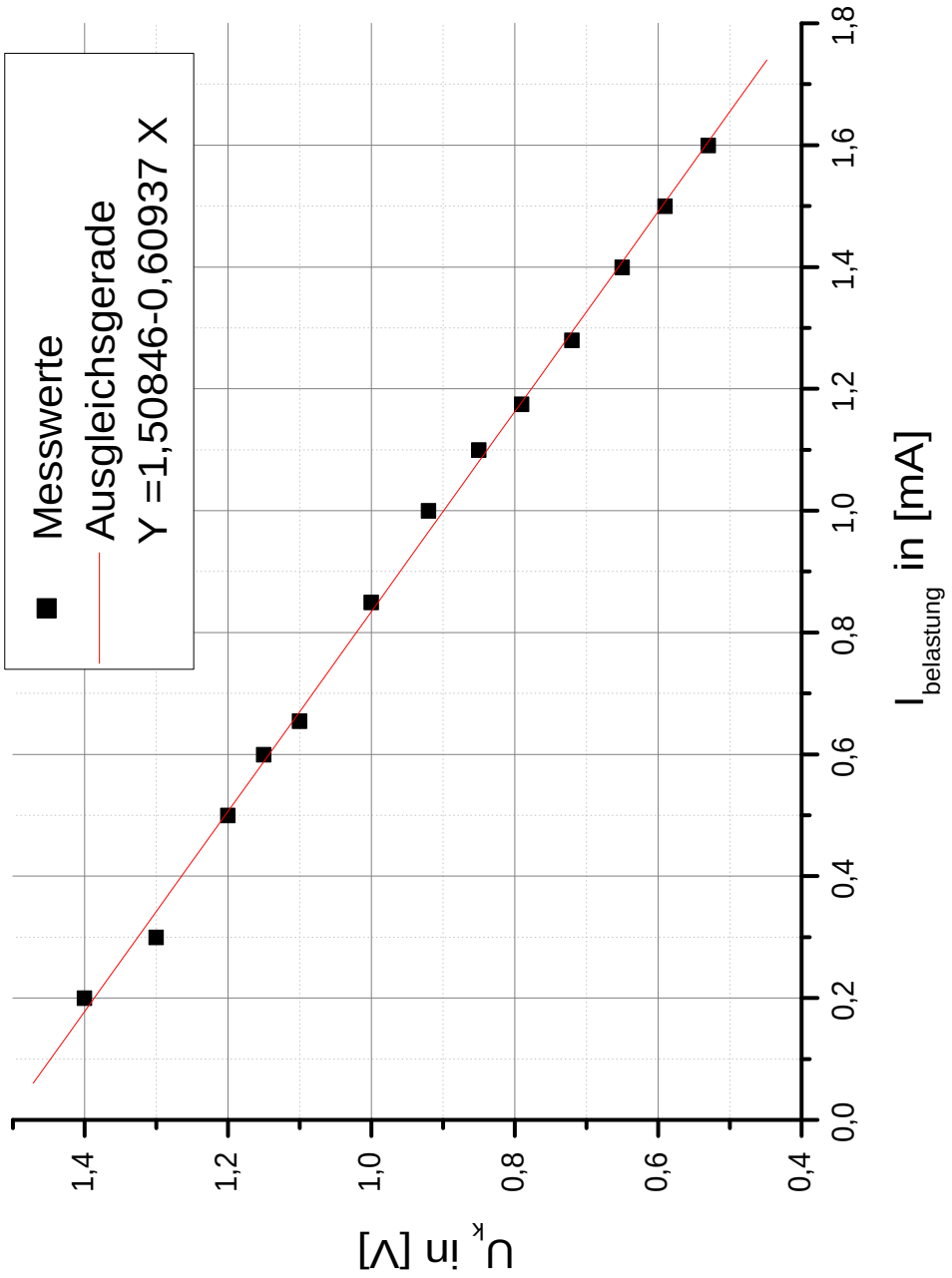


Abbildung 7: Klemmspannung in Abhängigkeit vom Belastungsstrom (Sinussignal)