Praktikumsprotokoll

Versuch Nr. 106
Der Windenergiekonverter

Frank Hommes
und
Kilian Klug

Durchgeführt am:
9 Februar 2004

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **3**

2 Theoretische Hintergründe **3**
2.1 Leistung des Windstromes 3
2.2 Widerstandskraft 3
2.3 Querkraft 4
2.4 Der reale Windenergiekonverter 5

3 Durchführung und Auswertung **7**

4 Maximale Konverterleistung in Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit **8**
4.1 Flügelwirkungsgrad 9

5 Anhang **11**

1 Einleitung

Konventionelle Kraftwerke bauen auf nicht regenerative Rohstoffe wie Kohle oder Erdöl. Eine umweltfreundliche und nachhaltige Lösung bilden Windkraftanlagen. Ein kleiner Modellkonverter wird in diesem Versuch auf seinen Wirkungsgrad überprüft.

2 Theoretische Hintergründe

Um die Energie zu nutzen die der Wind beinhaltet wird man einen starren Körper in den Luftstrom stellen und versuchen seine vom Wind verursachte Bewegung in Rotations- und schließlich in elektrische Energie umzuwandeln. Man stellt dabei fest, dass die auftretenden Kräfte in komplizierter Weise von der Form des entsprechenden Körpers, sowie vom Einfallswinkel des Windes abhängen. Diese Abhängigkeit beschreibt man durch die sogenannten Beiwerte c_w und c_q. Betrachtet man die Kraft des Windstromes in zwei Komponenten zerlegt - die Widerstandskraft und die Querkraft - so werden die Beiwerte als Widerstandsbeiwert c_w und Querkraftbeiwert c_q bezeichnet.

Zur Energiegewinnung kann sowohl die Widerstandskraft, welche längs des Weges wirkt, als auch die Querkraft, welche senkrecht auf der Widerstandskraft steht, genutzt werden.

Um den Wirkungsgrad der verschiedenen Methoden zu bestimmen muss zunächst die gesamte Leistung errechnet werden, die der Windstrom zur Verfügung stellt.

2.1 Leistung des Windstromes

Grundsätzlich werden nur homogene Luftströmungen betrachtet, da die Berechnungen für turbulente Verhältnisse sehr kompliziert und hier nicht von Interesse sind. Sei Q der Querschnitt einer Luftströmung, die sich mit der Geschwindigkeit v bewegen. Dann erhält man für die Leistung

$$N_{zu} = \frac{1}{2}\rho Q v^3 \tag{1}$$

wobei ρ die Dichte ist. Auffällig ist hier die starke Geschwindigkeitsabhängigkeit.

2.2 Widerstandskraft

Für den allgemeinsten Fall gilt

$$F_w = c_w \frac{1}{2}\rho A v^2 \tag{2}$$

mit A als effektivem Querschnitt des in den Luftstrom gestellten Körpers.

Dieser wird durch den auftreffenden Wind in Bewegegung gesetzt und bewegt sich dann mit der Geschwindigkeit v_s. Da die Relativgeschwindigkeit zum Wind damit sinkt, ist

$$F_{W,stationr} = c_w \frac{1}{2} \rho A (v - v_s)^2. \tag{3}$$

Die Bewegung des Körpers kann jedoch nun in die mechanische Leistung N_{ab} umgewandelt werden, so dass man mit

$$N_{ab} = F_{w,stationr} * v_s \tag{4}$$

und (1) für den Wirkungsgrad η erhält:

$$\eta := \frac{N_{ab}}{N_{zu}} = c_w \frac{v_s}{v^3} (v - v_s)^2 \tag{5}$$

Maximal wird der Wirkungsgrad wenn

$$v_s = \frac{1}{3} v \tag{6}$$

gilt und beträgt dann

$$\eta_{max} = \frac{4}{27} c_w. \tag{7}$$

Da c_w bestenfalls 1 wird liegt der maximal erreichbare Wirkungsgrad bei ca. 15%.

2.3 Querkraft

Die andere Möglichkeit zur Windernergienutzung beruht auf der Querkraft. Dieses Verfahren wird so gut wie überall eingesetzt, insbesondere bei allen Propellersystemen.

Trifft der Wind auf die Flügel eines Windrades mit der Geschwindigkeit v auf, so staut sich dort die Luft und die Geschwindigkeit sinkt auf $\bar{v}$ ab, während der Druck sich von p auf p_v erhöht. Während sich der Druck nach Durchströmen des Windrades normaliesiert, beträgt die Geschwindigkeit hinter dem Windrad nur noch $v_n < v$. Dies ist damit zu erkären, dass mit dem Propeller Energie aus dem Windstrom entnommen wurde.

Unter der idealisierenden Annahme, dass die Luft im Bereich der Flügel nicht wesentlich komprimiert wird, kann der Vorgang durch das Bernoulli'sche Gesetz beschrieben werden.

Damit gilt vor dem Konverter

$$p_v - p = \frac{\rho}{2} (v^2 - \bar{v}^2), \tag{8}$$

dahinter ist

$$p - p_n = \frac{\rho}{2}(\bar{v}^2 - v_n^2). \tag{9}$$

Kombiniert ergibt sich daraus

$$p_v - p_n = \frac{\rho}{2}(\bar{v}^2 - v_n^2). \tag{10}$$

Berücksichtigt man zusätzlich die Beziehungen für die von den Rotorblättern bedeckte Fläche und die Impulsänderung der Luftmasse, so findet man nach $\bar{v}$ umgestellt

$$\bar{v} = \frac{1}{2}(v + v_n). \tag{11}$$

Damit kann man wiederum den Wirkungsgrad bestimmen.

$$\eta = \frac{N_{Nutz}}{Nzu} = \frac{F * \bar{v}}{1/2\rho A v^3} \tag{12}$$

Analog zu (6) wird η maximal für $v_n = \frac{1}{3}v$ und beträgt dann ca. 59%. Der durch Nutzung der Querkraft erreichbare Wirkungsgrad ist also deutlich höher als der unter Verwendung der Widerstandskraft erzielbare.
Da η als Funktion von $(v - v_n)$ darstellbar ist, könnte man auf die Idee kommen, dass das beste Ergebniss dann zu erreichen ist, wenn sämtliche kinetische Energie aus dem Windstrom entnommen wird, so dass $v_n = 0$ wäre. Dies kann jedoch nicht funktionieren, da Druck in diesem Fall gegen ∞ streben würde, was offensichtlich problematisch ist.

2.4 Der reale Windenergiekonverter

Die oben berechneten, theoretischen Wirkunsgrade können in der Praxis nicht erreicht werden. Dies ist der Fall, da bei Nutzung einer Komponente der Kraft des Windstromes tatsächlich immer auch die andere einen gewissen Anteil hat. Anders ausgedrückt lässt sich der Widerstandsbeiwert bei Propellersystemen niemals auf null bringen. Günstig beeinflussen kann man diese Problematik jedoch wie bereits oben angesprochen durch eine geeignete Formgebung der Flügel.

Diese muss ausserdem so gewählt werden, dass der Einfallswinkel β des Windes auf die Rotorblätter möglichst klein ist, d.h. der Wind nahezu tangential auftrifft. Entscheidend hierfür ist jedoch nicht die Richtung des Luftstromes vor dem Propeller, sondern die effektive Auftreffrichtung. Der zugehörige Geschwindigkeitsvektor ergibt sich nach

$$\vec{v}_{eff} = \vec{\bar{v}} + \vec{v}_u \tag{13}$$

wobei $\vec{v}_u$ die durch die Rotordrehung erzeugte Umfangsgeschwindigkeit ist und senkrecht auf $\vec{\bar{v}}$ steht. Da $\vec{v}_u$ proportional zum Radius wächst werden reale Propellerflügel in sich verdrillt, um

$$\tan\beta = \frac{v_u}{\bar{v}} \text{ bzw. } \beta = \arctan\frac{v_u}{\bar{v}} \tag{14}$$

zu berücksichtigen. Sogenannte Schnellläufer - also Windräder mit einer hohen Umdrehungsfrequenz - haben oft ein Verhältnis zwischen $v_u(r_{max})$ und $\bar{v}$ von 3 bis 6, während ein Anströmwinkel φ zwischen $\vec{F}_w$ und $\vec{v}_{eff}$ von 3° bis 9° optimal ist.

Die Lage der einzelnen Winkel und Geschwindigkeitsvektoren kann man Abb. 1 entnehmen.

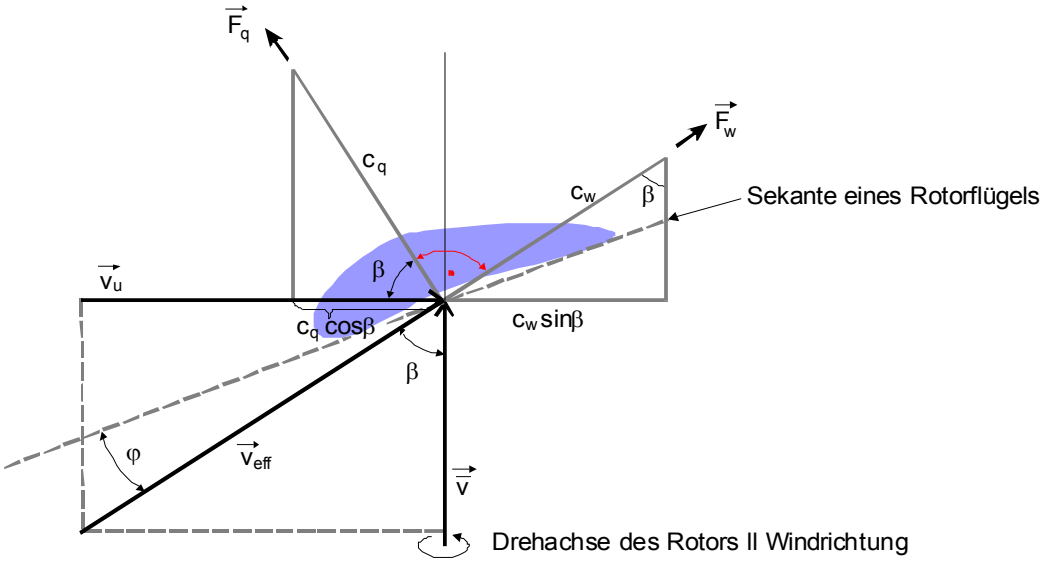


Abbildung 1: Geometrie der Geschwindigkeitsvektoren

Um das Problem der schwierigen Fertigung kompliziert geformter Flügel zu umgehen können auch Langsamläufer eingesetzt werden. Bei diesen langsamer drehenden Propellern überwiegen Faktoren wie z.B. die Realisierung des idealen Verhältnisses von 3 zu 1 der Geschwindigkeiten vor und hinter dem Rotor.

Diese Verhältnis kann wesentlich durch die Anzahl z und Breite t der Flügel beeinflusst werden.

Man kann nach einiger Rechnung für die optimalen Flügelbreiten folgendes finden:

Für Schnellläufer:

$$t_{opt,schnell} \approx \frac{2\pi r}{z}\frac{8}{9c_q}\left(\frac{v}{v_u}\right)^2 \tag{15}$$

Für Langsamläufer:

$$t_{opt,langs.} \approx \frac{2\pi r}{z}\frac{8}{9c_q}\frac{1}{\sqrt{\frac{13}{9}}} \tag{16}$$

Schnellläufer und Langsamläufer sind zwei Spezialfälle. Für Erstere ist $v_u \gg v$, für letztere $v_u \approx v$.

Man kann auch den Wirkungsgrad η_{Flgel} für einen einzelnen Rotorflügel berechnen. Hierfür nimmt man das Verhältnis zwischen der aufgenommenen Leistung N_{Nutz} und der vom Wind zur Verfügung gestellten Leistung N_{Wind}. Dirfferentiell betrachtet gilt für dN_{Nutz} und ein Flächenelement dA des Flügels

$$dN_{Nutz} = v_u \cdot dF_{res}. \tag{17}$$

Ebenfalls für ein Flächenelement ist die Leistung des Windes in Richtung der Rotorachse

$$dN_{Wind} = \bar{v} \cdot dF_{Wind}. \tag{18}$$

Damit ergibt sich der Flügelwirkungsgrad η_{Flgel} unter Beachtung der o.g. Beziehungen für β zu

$$\eta_{Flgel} = \frac{dN_{Nutz}}{dN_{Wind}} = \frac{1-\frac{c_w}{c_q}\tan\beta}{1+\frac{c_w}{c_q}\cot\beta}. \tag{19}$$

Abschließend soll hier noch die Abhängigkeit der Beiwerte vom Antrömwinkel φ für verschiedene Flügelprofile gezeigt werden.

3 Durchführung und Auswertung

Der Versuch wurde im Wesentlichen mit einer Apparatur wie sie in Abb. 3 dargestellt ist durchgeführt.

Zunächst wurden jedoch die vom Windstromerzeuger glieferten Windgeschwindigkeiten mit einem kleinen Flügelrad-Anemometer, welches an einem Stativ befestigt war, gemessen. Die Windgeschwindigkeit konnte mittels eines Regeltrafos über die Spannung geregelt werden, wobei $10\frac{m}{s}$ nicht überschritten werden sollten. Wir erhielten folgende Messergebnisss:

Generatorspannung in [V]	Geschwindigkeit in $[\frac{m}{s}]$
50	1,18
60	2,64
70	3,45
80	4,20
90	4,90
100	5,52
110	6,24
120	6,92
130	7,60
140	8,21
150	8,82
160	9,43
170	9,99
180	10,43

Tabelle 1: gemessene Windgeschwindigkeiten

4 Maximale Konverterleistung in Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit

Wie in der Anleitung vorgeschlagen ist wurde eine Übersetzung von 1:2 für die Drehmomentübertragung von der Flügelradachse auf die Messachse gewählt.

Für sieben verschiedene Geschwindigkeiten wurden Messreihen aufgenommen. Es wurde jeweils der eingebaute Widerstand R_a variiert und die zugehörigen Werte der Drehzahl, der gemessenen Spannung und des gemessenen Stromes (siehe Anhang) notiert. Aus Strom und Spannung kann die elektrische Leistung errechnet werden nach

$$N = U \cdot I. \tag{20}$$

Trägt man die Drehzahl des Generators gegen die Leistung auf, so können die gesuchte maximale elektrische Leistung und die optimale Drehzahl am Maximum einer Ausgleichsparabel abgelesen werden. Die entsprechenden Diagramme finden sich im Anhang.

Um den Wirkungsgrad bestimmen zu können muss jedoch die mechanische Leistung des Konverters bekannt sein, auf welche sich der oben berechnete theoretische Wirkungsgrad (auch Betz'scher Wirkungsgrad genannt) bezieht. Um diese berechnen zu können, ist der Wirkungsgrad des Generators mit 63% angegeben.

Für die ausserdem bei der Berechnung nach

$$\eta := \frac{N_{Mech}}{\eta_{Betz}\frac{1}{2}\rho Q v^3} \tag{21}$$

benötigte Fläche Q wird der mit den Flügeln besetzte Kreisring eingesetzt. Diese ist

$$Q = \pi(r_{aussen}^2 - r_{innen}^2) \approx 5,79 \cdot 10^{-3} m^2. \tag{22}$$

Die sich daraus ergebenden Werte sind tabellarisch im Anhang aufgeführt.

Um zu entscheiden in welchem Bereich eine v^3-Abhängigkeit der Leistung vorliegt wurde in einem Diagramm (siehe ebenfalls Anhang) N_{Mech} gegen v^3 aufgetragen und eine lineare Regression durchgeführt. Mit Hilfe der Ausgleichsgeraden kann dann die im Getriebe verlorene Reibungsleistung N_R sowie die minimale Anlaufgeschwindigkeit v_{min} abgelesen werden.

$$N_R = -24(\pm 22) mW$$

$$v_{min} = 2,8(\pm 0,3)\frac{m}{s}$$

4.1 Flügelwirkungsgrad

Der Flügelwirkungsgrad soll nach (19) für eine ausgewählte Windgeschwindigkeit ermittelt werden. Wir wählen hier $v_{Wind} = 7,60\frac{m}{s}$ entprechend einer Spannung von 120 V am Regeltrafo.

Es wird für die notwendige Berechnung des Winkels β nach

$$\beta = \arctan\frac{v_u}{\bar{v}}$$

$\bar{v}$ durch den optimalen Wert $\bar{v} = 2/3v$ genähert, während sich v_u mit

$$2\pi r f_{opt}$$

berechnen lässt. Da das Getriebe ein Übersetzungsverhältnis von 1:2 hat, ist f_{opt} gleich der halben Generatorfrequenz. Somit ist

$$f_{opt} = 26,74 Hz$$

$$v_u = 8,18\frac{m}{s}$$

$$\bar{v} = 5,07\frac{m}{s}$$

und

$$\Rightarrow \beta = 58,2^\circ.$$

Wie angegeben ist zur Zeit

$$\beta + \varphi = 68,5^\circ$$

und damit der Anströmwinkel

$$\varphi = 10,29^\circ.$$

Die Werte für c_w und c_q können nun aus Abb. 2a abgelesen werden:

$$c_w = 0,12$$

$$c_q = 0,76$$

Mit diesen Angaben ergibt sich der Flügelwirkungsgrad

$$\eta Flgel = 0,68.$$

Mit diesem Ergebnis soll überprüft werden, ob die Beziehung

$$\eta Flgel \cdot \eta Betz = \frac{N_{Mech}}{\frac{1}{2}\rho A v^3}$$

gilt für die oben genannte Geschwindigkeit von $v_{Wind} = 7,60\frac{m}{s}$. Für ρ_{Luft} wird $1{,}1964\frac{kg}{m^3}$ angenommen, die entprechende mechanische Leistung ist $N_{Mech} = 472mW$, welche wir aus Tabelle 2 entnommen haben. Damit ist

$$\eta_{Flgel} \cdot \eta Betz = 0,40$$

und

$$\frac{N_{Mech}}{\frac{1}{2}\rho A v^3} = 0,31$$

Addiert man noch N_R hinzu so ist

$$\frac{N_{Mech+N_R}}{\frac{1}{2}\rho A v^3} = 0,33.$$

In diese Fall liegen zwar beide Werte dichter zusammen, jedoch stimmen sie trotzdem nicht sehr gut überein. Dies könnte darauf zurückzuführen sein, dass die Flügelform nicht optimal ist.

Abschließend soll nun noch kontrolliert werden, ob die tatsächliche Flügelbreite t des verwendeten Konverters der optimalen Flügelbreite t_{opt} entspricht. Da es sich um einen Langsamläufer mit z = 12 Flügeln handelt ist mit r = 48,7 mm

$$t_{opt,langs.} \approx \frac{2\pi r}{z}\frac{8}{9c_q}\frac{v^2}{\sqrt{\frac{4}{9}+v_u^2}} \approx 22mm$$

Dieses Ergebniss stimmt sehr gut mit der von uns gemessenen Flügelbreite von 22,2 mm überein.

Das es sich bei dem verwendeten Konverter um einen langsamläufer handelt, besagt auch der Wert von $\frac{v_u}{\bar{v}} = 1,61$, der deutlich unterhalb von drei liegt.

5 Anhang

v [m/s]	$N_{gen}[mW]$	$v^3[\mathrm{m}^3/s^3]$	$N_{mech}[mW]$
4.9	57.46	117.6	91.2
6.24	151.21	243.0	240.0
6.92	215.76	331.4	342.5
7.6	297.50	434.0	472.2
9.43	476.29	838.6	756.0
9.99	701.88	997.0	1114.1
10.43	744.77	1134.6	1182.2

Tabelle 2: Leistungsmaxima zu allen gemessenen Geschindigkeiten

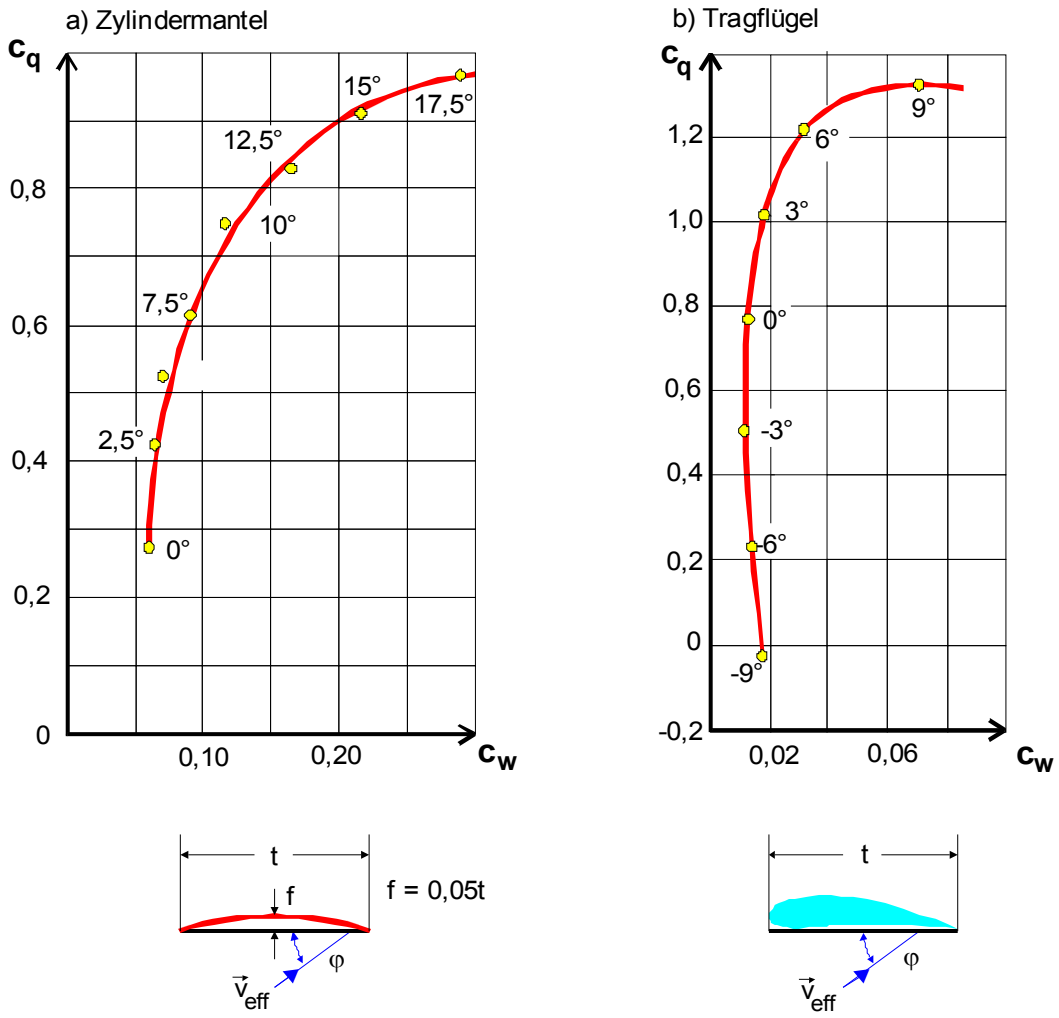


Abbildung 2: Beiwerte in Abhängigkeit vom Anströmwinkel

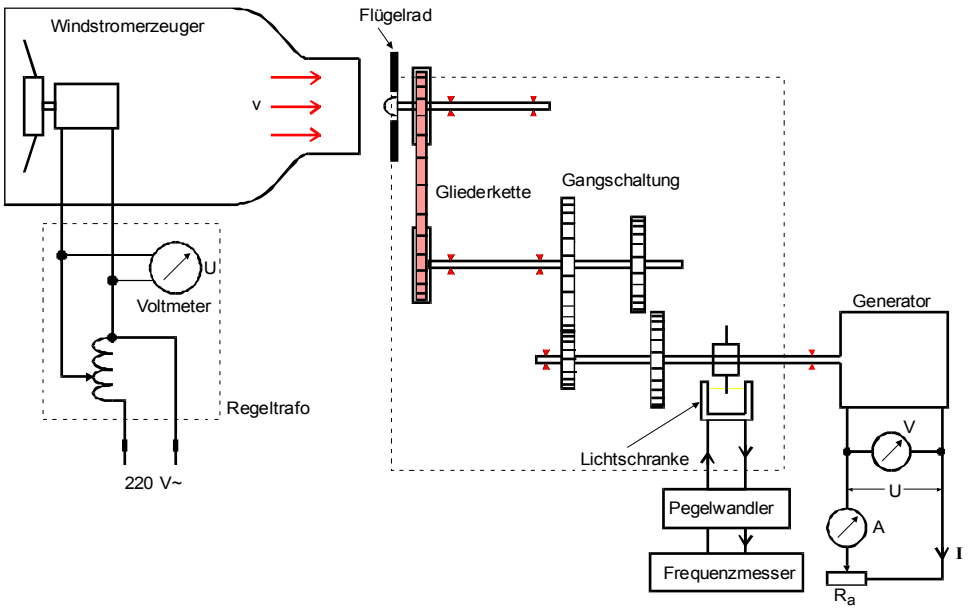


Abbildung 3: schematischer Versuchsaufbau

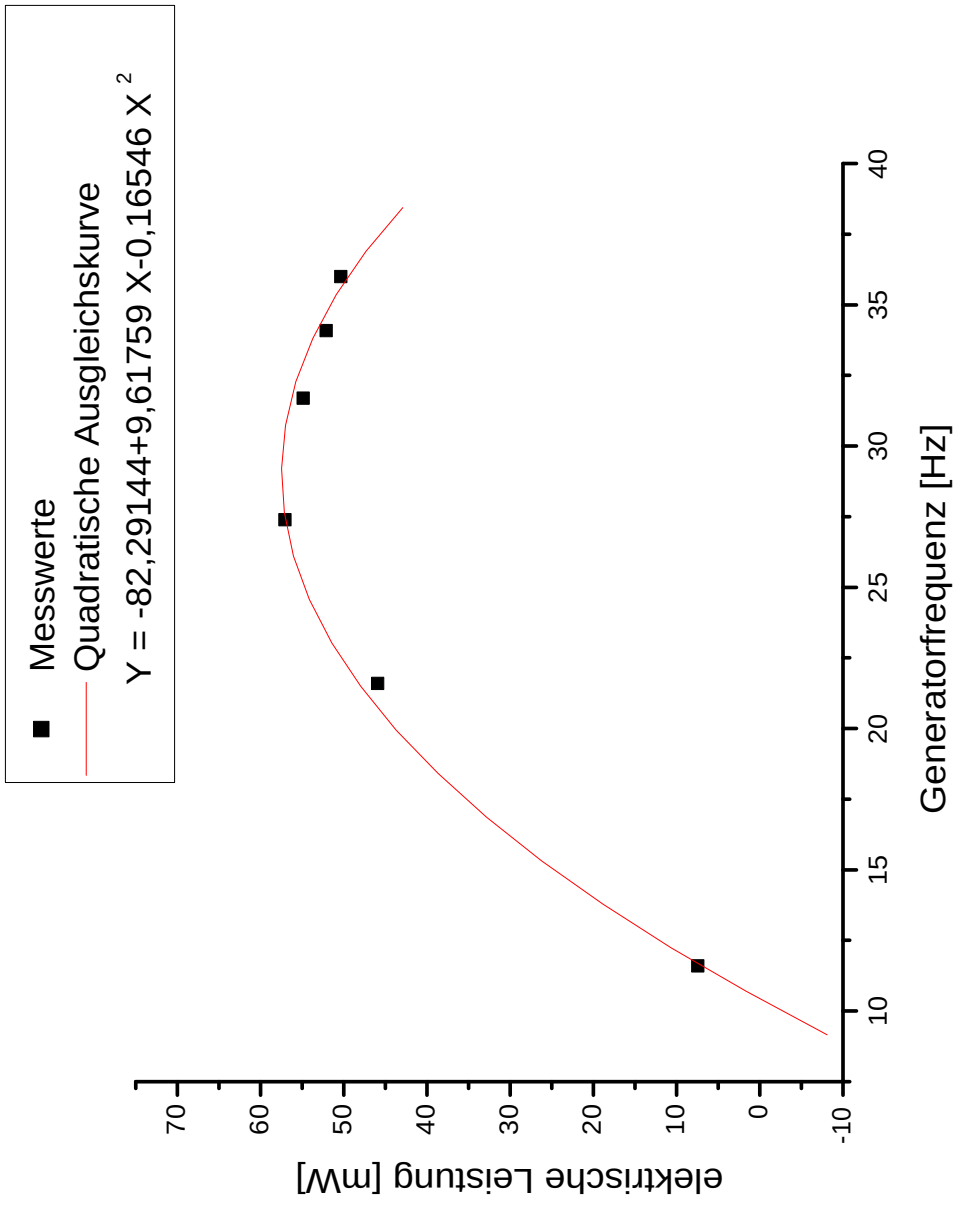


Abbildung 4: Die elektrische Leistung bei $v_{wind} = 4,90\frac{m}{s}$

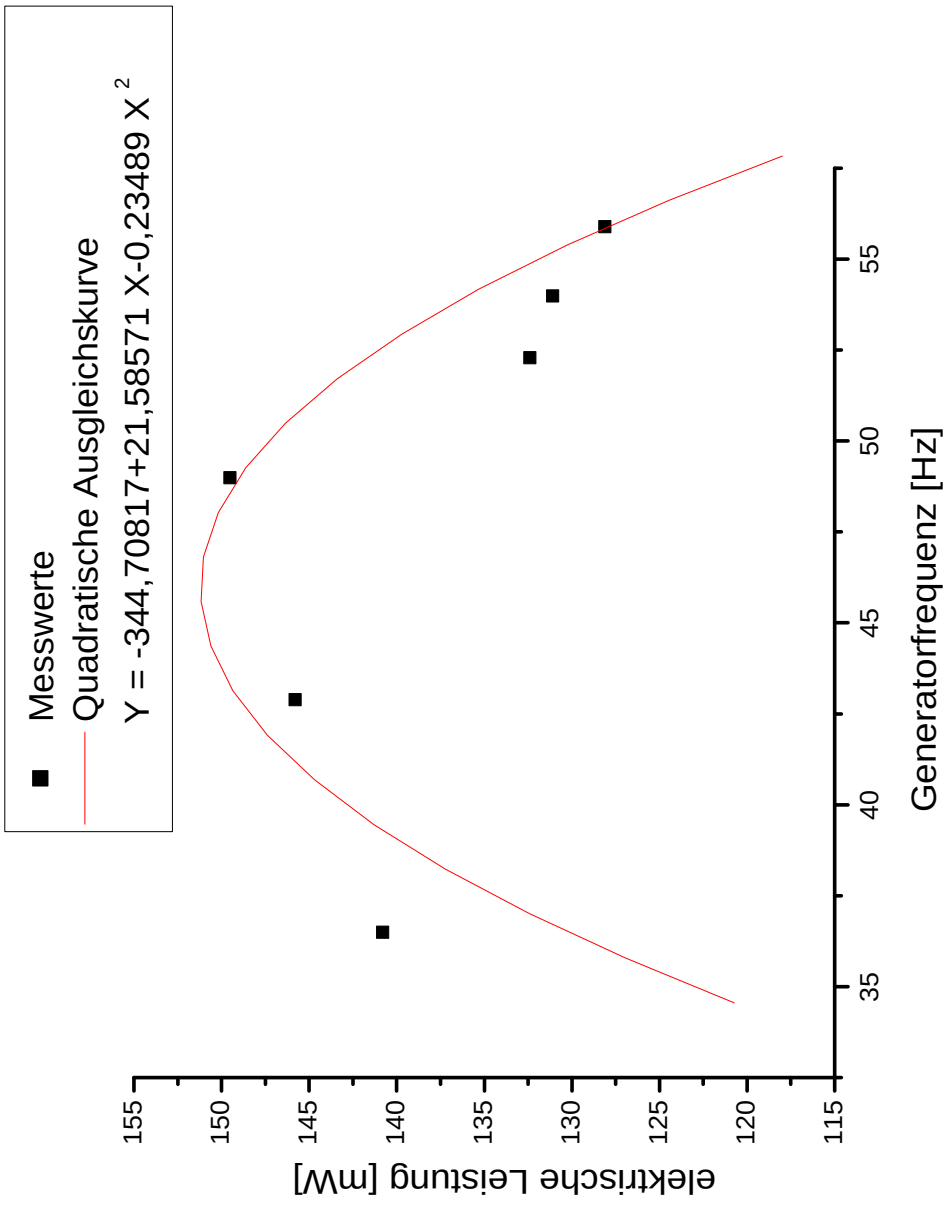


Abbildung 5: Die elektrische Leistung bei $v_{wind} = 6,42 \frac{m}{s}$

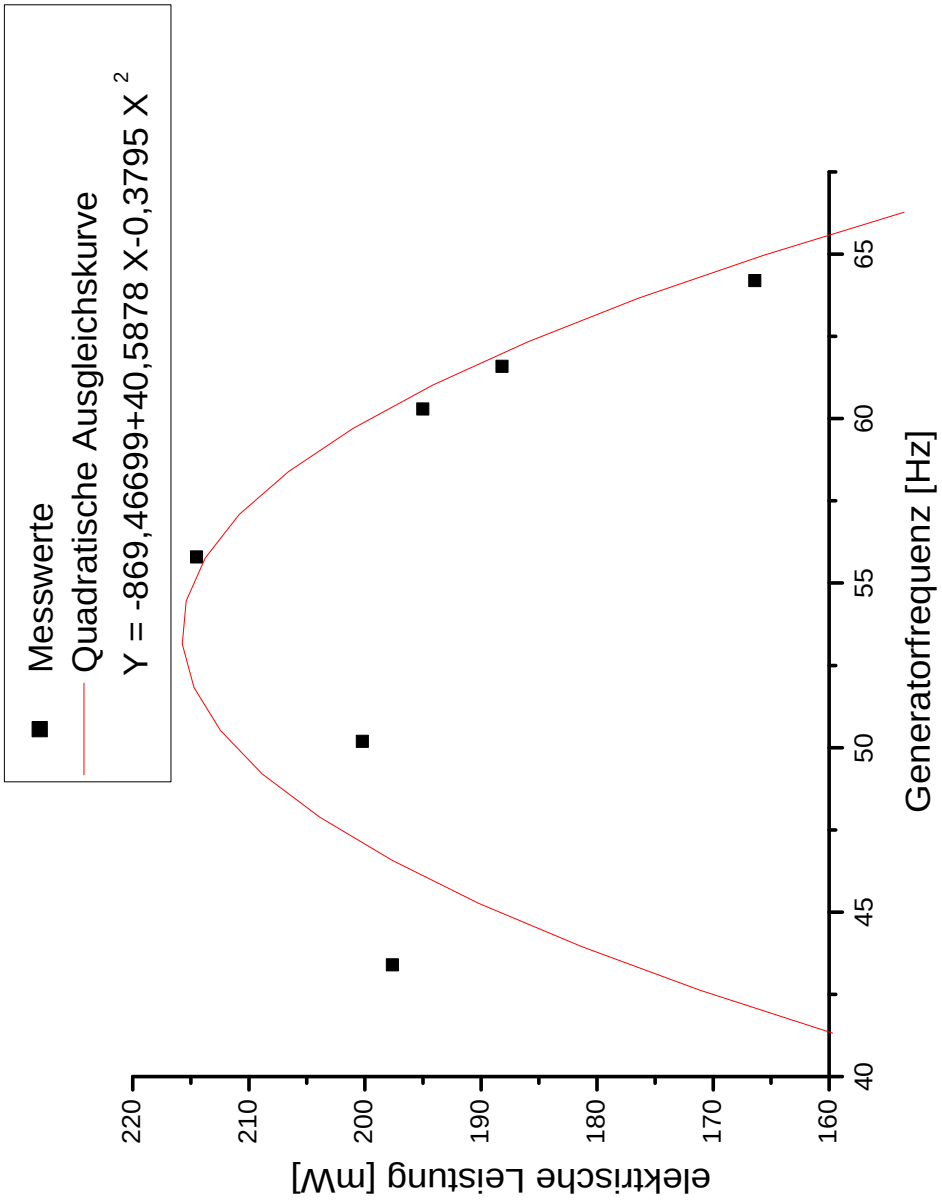


Abbildung 6: Die elektrische Leistung bei $v_{wind} = 6,92\frac{m}{s}$

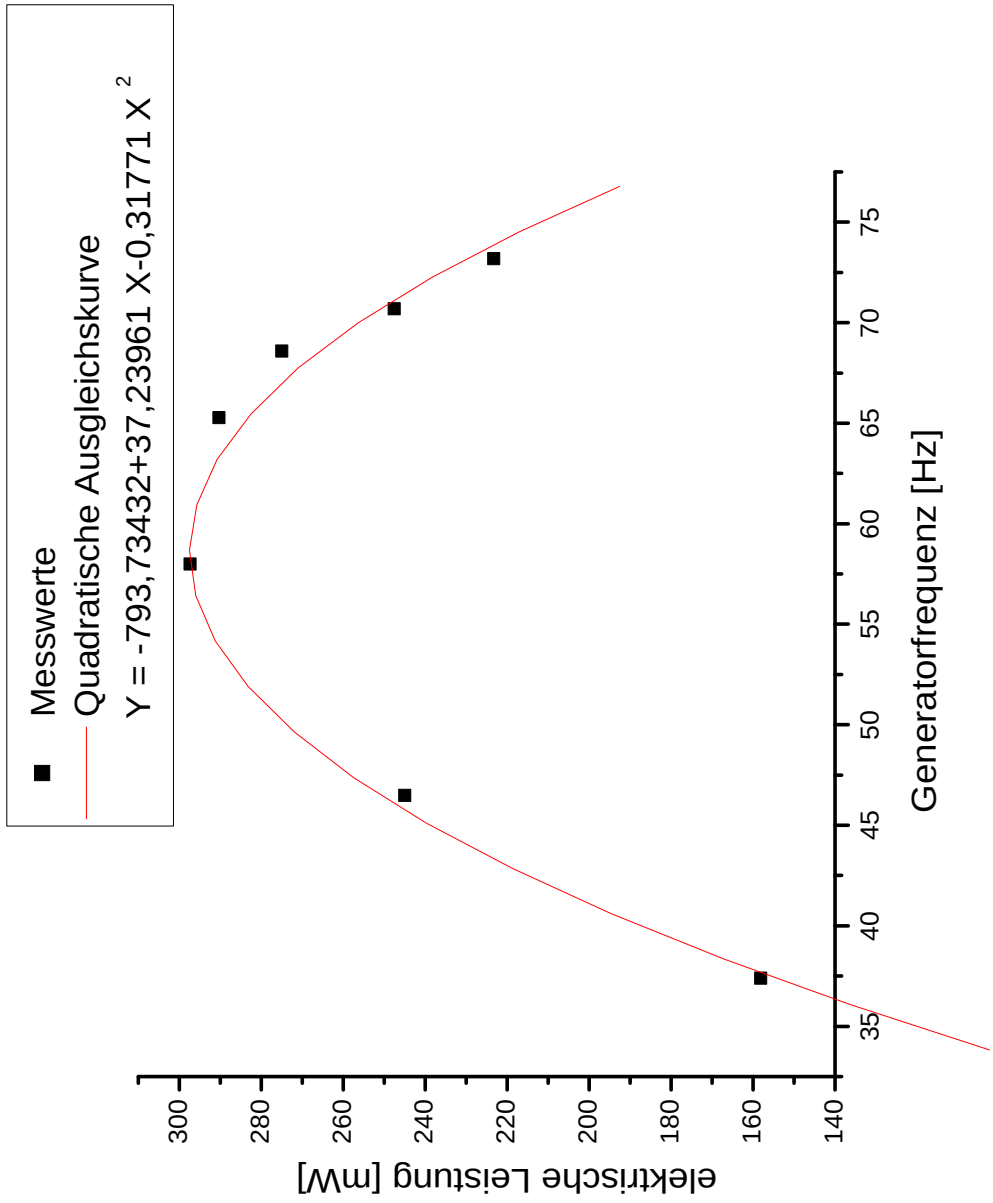


Abbildung 7: Die elektrische Leistung bei $v_{wind} = 7,60\frac{m}{s}$

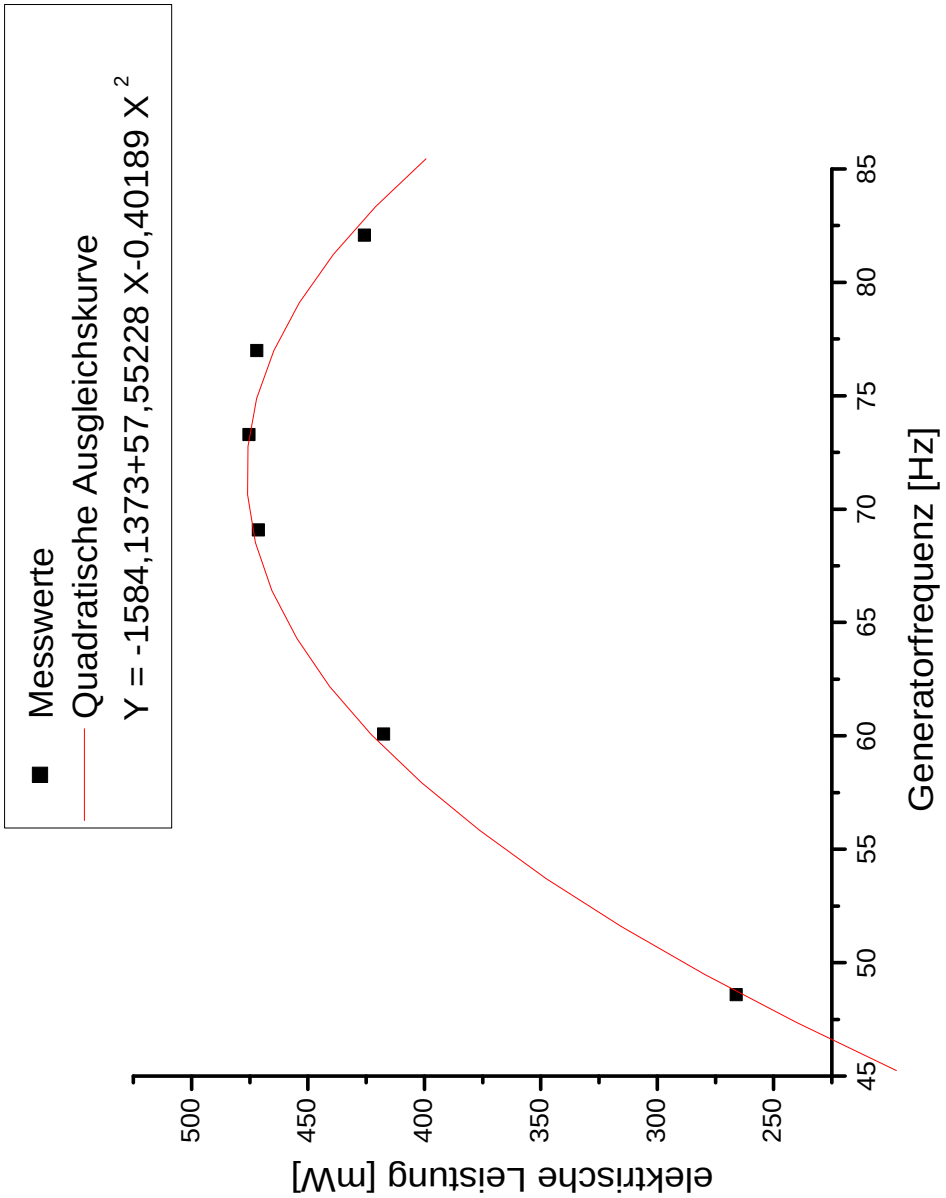


Abbildung 8: Die elektrische Leistung bei $v_{wind} = 9,43\frac{m}{s}$

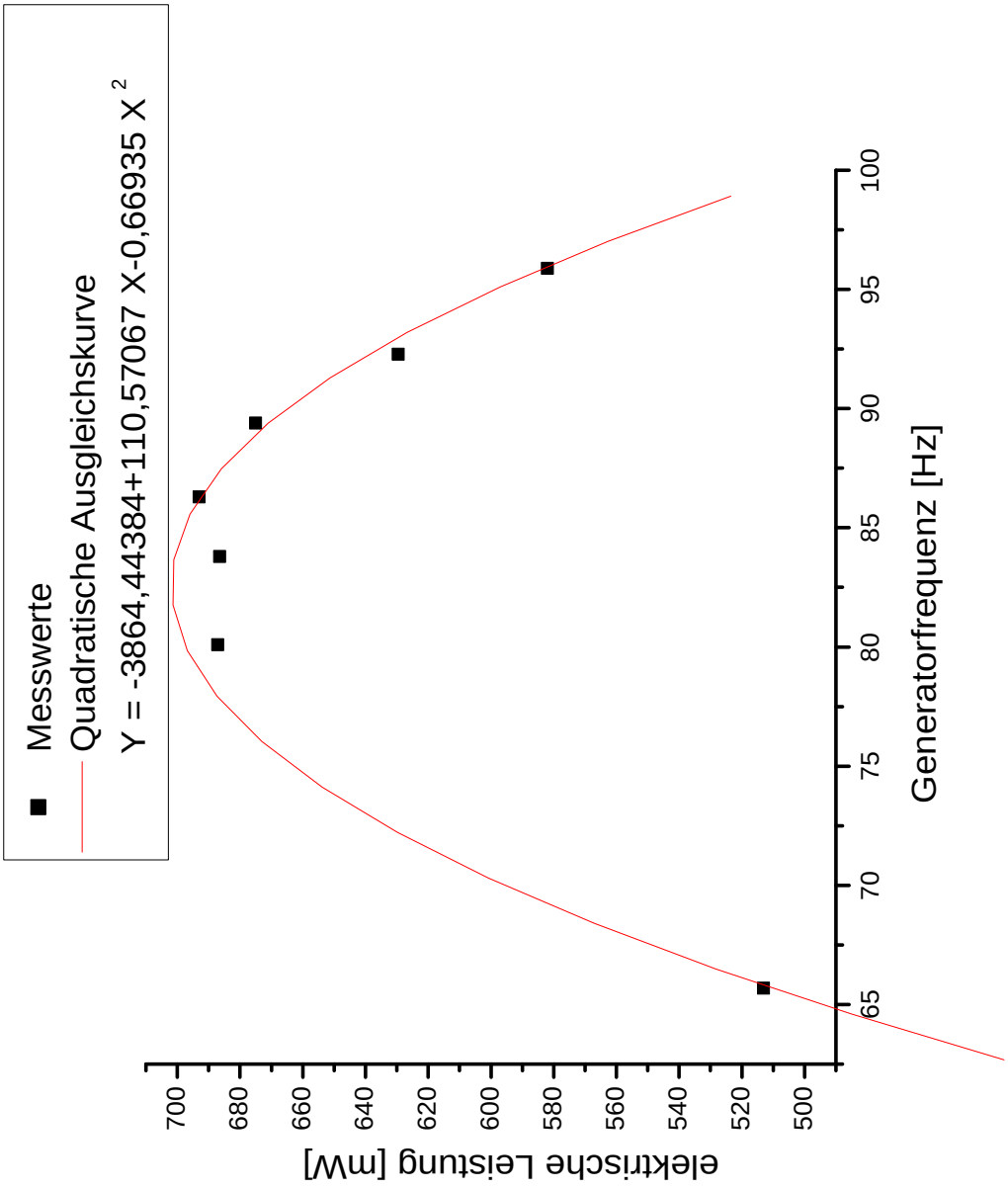


Abbildung 9: Die elektrische Leistung bei $v_{wind} = 9,99\frac{m}{s}$

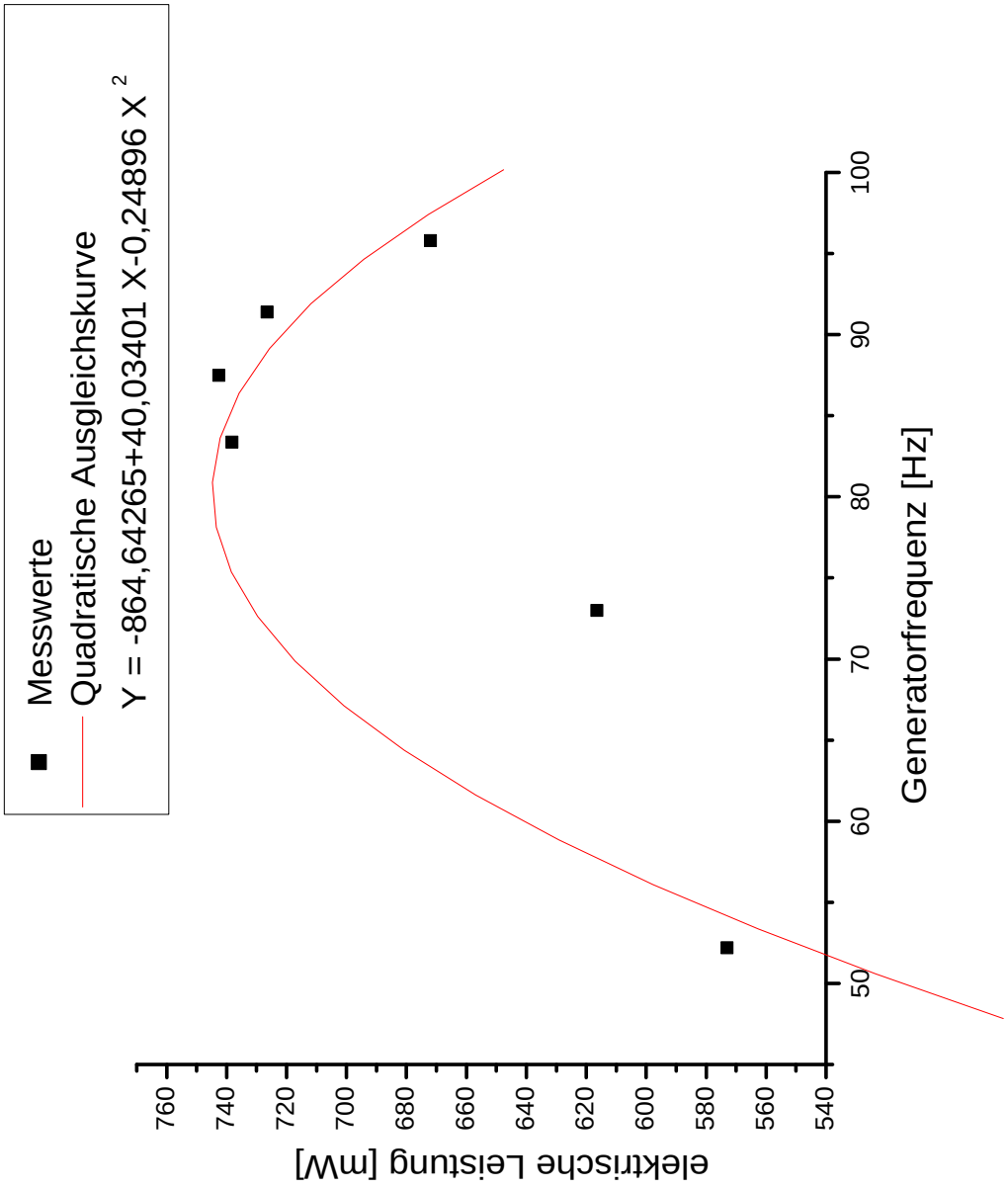


Abbildung 10: Die elektrische Leistung bei $v_{wind} = 10,43\frac{m}{s}$

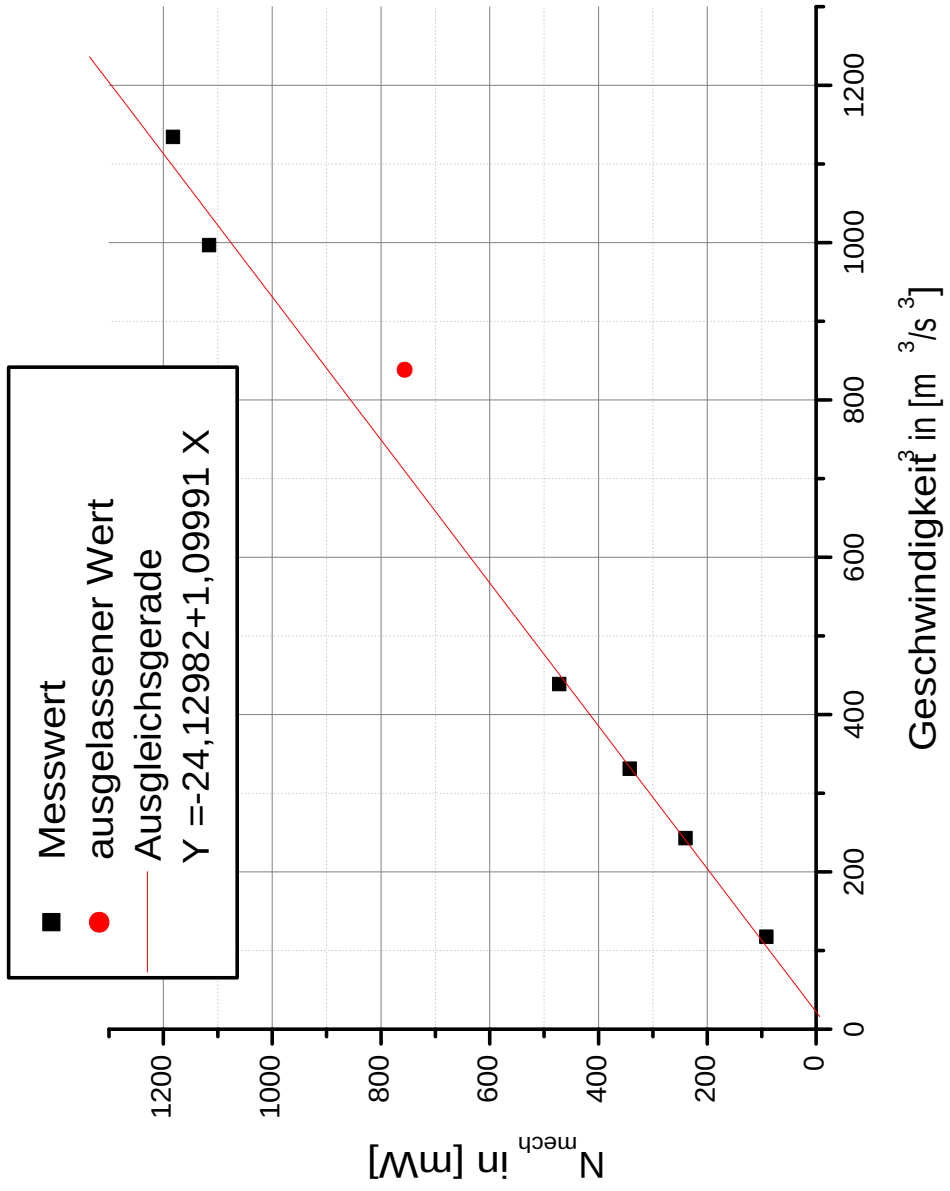


Abbildung 11: Die Leistungsmaxima zu allen gemessenen geschwindigkeiten

Sheet1

v	f(x)	f(x)	f(x)	f'(x)	f'(x)	x_max	y(x_max)	v^3
	Quadratisch	einfach	Absolut	einfach	absolut	x-werte maxima	y-werte	
4.9	-0.17	9.62	-82.29	-0.33	9.62	29.06	57.47	117.65
6.24	-0.23	21.59	-344.71	-0.47	21.59	45.95	151.21	242.97
6.92	-0.38	40.59	-869.47	-0.76	40.59	53.48	215.76	331.37
7.6	-0.32	37.24	-793.73	-0.64	37.24	58.61	297.5	438.98
9.43	-0.4	57.55	-1584.14	-0.8	57.55	71.6	476.29	838.56
9.99	-0.67	110.57	-3864.44	-1.34	110.57	82.6	701.88	997
10.43	-0.25	40.03	-864.64	-0.5	40.03	80.4	744.77	1134.63

Abbildung 12: Die Leistungsmaxima zu allen gemessenen geschwindigkeiten